

Forme a priori în învățarea matematicii

Conf. Univ. Dr. Butucea Marioara, UTCB, DPPD

Abstract

If mathematical entities are real or just a model of reality is still a philosophical controvert, known as Platonism and Constructivism. Recent researches show us that mathematical entities are partial embodied in our mind-brain and partial selected by cultural evolution. That point of view can offer us new perspectives regarding teaching mathematics and education.

Key words: Mathematics, culture, *a priori*, constructivism

Introducere

Matematicienii și filosoffii au fost mereu preocupați de descifrarea a ce este și cum se învață matematica. Confruntările care au avut loc, cel mai adesea, au luat forma unor confruntări între „platonisti” care susțin ideea că structurile matematice există în realitate, iar noi nu facem decât să le descoperim, în timp ce „constructiviștii” avansează ideea că entitățile matematice sunt invenții ale minții noastre, modele ale realității.

Această idee din urmă este invocată cel mai adesea, însă recent cercetători, care au reunit colective interdisciplinare, au realizat unele experimente din care reies câteva concluzii surprinzătoare, ce contrazic ambele concepții despre ce sunt entitățile matematice (obiectele matematice) și cum se învață matematica. Mai precis, se pare că exista structuri innăscute, *a priori*, în termeni kantieni, sau programe genetice, în termenii lui N. Chomsky. Vom prezenta în continuare câteva idei novatoare despre „natură” și „cultură” în învățarea matematicii și unele puncte de vedere despre număr, simț al numărului, rolul culturii în formarea structurilor neuronale. O trecere în revistă a opiniilor legate de acesta temă este publicată în revista „*Science et vie*”. (M. Grousseau, 2007). Voi menționa numai câteva considerații utile temei de față.

Simțul matematic aproximativ.

Înainte de a discuta și cerceta nivelul sofisticat superior al matematicii cu toate formele de care omul este capabil astăzi a le produce, există, se pare, un fel de «*simț*» al numerelor care îi permite acestuia să navigheze în acest univers.

Psihologul Camilla Gilmore de la Universitatea Nottingham și Shonnon McCarthy și Elizabeth Spelk, de la Universitatea Harvard au observat printr-un

experiment, cum că micii școlari, care nu știu încă să numere, fac calcule și realizează adevărate scenarii pentru a rezolva, cu aproximație, mici probleme în situații reale de viață. Ei folosesc simboluri care îi conduc la rezultate aproximativ corecte spre surpriza învățătorilor. (M. Grousson, 2007, p. 52) Ipoteza cercetătorilor a fost că există codat a priori (dincolo de orice experiență), înscris în creierul uman un gen de aritmetică *aproximativă*.

O altă cercetare a fost cea inițiată de Stanislas Dehaene, reprezentant al neuroștiințelor cognitive, Pierre Pica și Manuela Piazza, lingviști de la Universitatea Trente (Italia). Ei au făcut cercetări pe o populație amazoniană numită *munduculus*. Aceștia nu dețin în limba lor naturală decât numere până la patru. Restul de situații de viață, în care trebuie să numere sau să calculeze sunt realizate prin compunerea cuvintelor în propoziții.

Surpriza a fost și mai mare să se constate că, deși pot învăța și realiza calcule cu mai multe numere, totuși ei refuză (!) pentru că în situațiile complexe ale vânătorii din junglă nu le folosește o matematică exactă, ci numai una aproximativă. Așadar, conchid ei, se poate spune că elementele *de matematică depind de cultura unde trăiește ființa umană*.

Reprezentarea neuronală a matematicii aproximative în arhitectura creierului.

Dacă *matematica aproximativă este universal codată, ea ar trebui să aibă o reprezentare pe scoarța cerebrală*. Astfel, în 2002 Andreas Nieder Universitatea din Tübingen și Earl Miller, de la M.I.T au decis să facă explorări pe creierul unor maimuțe „matematicieni”.

Astfel, ei au constatat că se activau locații diferite pe creier, în funcție de gruparea elementelor (hrană), ori de câte ori li se oferea banane. Reprezentările – puncte active, din „harta” cercetătorilor pe creierul maimuțelor, erau pentru grupurile de trei sau cinci elemente percepute.

Dacă acest experiment dovedește că există neuroni specializați în recunoașterea de structuri cantitative la animale, s-au întrebat mai departe cercetătorii, atunci cum ar sta lucrurile la om?

S. Dehaene și Manuela Piazza în experimentul lor și cu subiecți umani, vor urmării activarea pe o harta neuronală a 16 puncte, timp în care, un număr de elemente dat interferează din când în când cu numele altor numere, pentru a observa unde se petrece activarea pe scoarța cerebrală. Se va constata, astfel, că este aproximativ în același loc, și anume, în *cortexul intra-parietal inferior* (Grousson, 2007, p. 57).

De asemenea, într-un alt experiment au interferat *cifre arabe* cu *denumirea cifrei* în *limbajul natural*. De fiecare dată a fost activată aceeași zonă menționată mai sus,

ceea ce însemna, în opinia autorilor, că sensul, înțelesul era decodat în același loc și nu are importanță simbolul exterior (cifre sau cuvinte).

Prin analizele fMRI s-a constatat că această zonă se activează și când calculăm și când vorbim. Ceea ce mai înseamnă, în opinia autorilor, că originea *matematicii aproximative* ca și a celei *exacte* (realizate cultural prin limbaj) este localizată în aceeași zonă cerebrală!

Mai mult, în această, zonă prea puțin studiată, și anume, *cortexul intra-parietal inferior* se întâlnesc și *decodările vizuale, auditive și chinestezice*. Aceasta explică de ce copii mici pot da răspunsuri aproximative bune, sau de ce primitivii pot să se descurce în mediul lor de viață, fără a învăța matematica abstractă.

Mai mult, adăugăm noi cu titlu de ipoteză și observația că, dacă decodările sunt multiple în această zonă, procesul acesta susține învățarea de *tip global intuitiv*, observat în cultura asiatică.

Tot Stanislas Dehaene, citat mai sus, va descrie în cartea sa "*The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*" (1997), o serie de alte experimente din această perspectivă a neuroștiințelor concluzionând că *simțul numărului este înnăscut, a priori*.

Ca un comentariu intermediar, putem spune că, această concepție despre arhitectura înnăscută a creierului, care face posibilă asimilarea matematicii mai târziu, este foarte asemănătoare cu ideea „gramaticilor generative” chomskyene.

În articolul „*What are numbers, really? A cerebral basis for number sense*”, care este o introducere la cartea sa, el susține că, în urma sutelor de experimente, s-a putut constata că atât creierul omului, cât și al unor animale, ca cimpanzeii și șoarecii, acesta pare a fi echipat de la naștere cu astfel de abilități matematice. Echipa sa de cercetători a făcut experimente luând în considerație partea cea mai simplă a matematicii, de bază, adică domeniul numerelor naturale: 1, 2, 3, 4, 5,...

Concluzia la care au ajuns a fost mereu aceasta: Creierul nostru este echipat de la naștere cu simțul numărului. Aritmetica elementară pare să fie o abilitate de bază, biologic determinată și inerentă speciei noastre (și pe care o împărtășim și cu altele specii de animale). Mai mult, are un substrat, o rețea neuronală și este localizată asemănător. Ea e răspunzătoare de cunoașterea numerelor și a relațiilor dintre ele. Pe scurt, „a percepe lumea din jurul nostru cu ajutorul numerelor este la fel de natural pentru noi, cum este echolocația pentru lilieci și cântecul pentru pasărilor cântătoare”. (Dehaene, 1997, p. 2). Simțul numărului este ceva asemănător percepției culorilor de către creierul nostru, un fel de decodare a unor semnale, stimuli externi, spune autorul. Inițial ar fi servit pentru a evita prădătorii și găsi de adăposturi.

De aceea, la animale este foarte limitată și se rezumă la adunare și scădere. Datorită limbajului articulat și notării simbolice au fost posibile construcțiile mentale. Avem astfel ceva în plus față de lumea animală, și anume, *abilitatea notației*

simbolice, abilitatea de reprezentare non-verbală și de înțelegere a numerelor.

Care ar fi consecința acestor rezultate pentru lumea științifică? În primul rând, spune autorul, este vorba de faptul că, toți ne naștem cu această capacitate, înscrisă ca o structură cerebrală *pre-formată, a priori* de a percepe numere aproximative (e vorba de cele naturale), *iar diferențele apar între noi datorită culturii și educației.* Copii învață greu în cultura noastră socotitul și tabla înmulțirii și alte relații complicate ca dovadă a faptului că acestea nu erau necesare strămoșilor noștri și speciei echipate pentru un mediu natural și nu și cultural.

Dacă unii învață mai ușor și alții mai greu, dacă unii devin genii matematice și alții ignoranți, depinde de ceea ce se face în școală: Cât de organizate sunt activitățile în clasă, câtă memorie este exersată și ce conexiuni sunt puse în lucru?

De exemplu, în cultura școlară chineză (Dehaene, p. 4) ar fi vorba de organizarea în clasă și de caracteristicile limbii chineze care denumește numerele numerele peste 10, ca 12, 13 foarte simplu cu „zece doi”, „zece trei” și nu ar introduce noi cuvinte în limbă pentru a desemna aceste noi cantități.

Concluzii

În lumina acestor cercetări, devine evident că nivelul sofisticat al matematicii este atins numai în cadrul cultural al realizărilor umane și sunt specifice acestei specii dotate cu limbaj articulat și creatoare de cultură.

Autorul nostru arată că punctul său de vedere despre simțul numărului și matematica aproximativă, observate la copii foarte mici, chiar de cinci luni, contrazice teoria stadialității lui J. Piaget, dar nu împărtășește total nici concepția socio-constructivistă.

Faptul că se plasează între constructivismul piagetian și socio-constructivism, ca reprezentant al psihologiei cognitive, înclinăm să credem că termenul cel mai potrivit pentru Dehaene ar fi cel de **neuroconstructivist**.

Cercetările din neuroștiințe susțin că, *dacă* acceptăm că toți ne naștem cu un simț rudimentar al numărului care ar fi gravat *a priori*, înscris în arhitectura creierului nostru de-a lungul evoluției, *pe parcursul istoriei* numerele trebuie să fie considerate ca un fel de *construcții* ale creierelor noastre. Cu toate acestea contrar construcțiilor artistice sau religioase numerele și matematica nu sunt arbitrare, ele sunt puternic *adaptate lumii externe*.

Din două motive putem să gândim astfel. Primul, că în evoluția biologică construcțiile matematice ca număr, loc, spațiu au fost reținute, selectate în funcție de nevoile speciei de a se adapta în această lume reală cu obiecte mișcătoare, dar solide și numărabile. Dacă am trai într-o lume cu obiecte fluide sau subatomice, atunci probabil matematica ar fi alta.

Al doilea motiv este, de asemenea, un punct de vedere evoluționist. Este vorba

de acele construcții mentale, soluții de probleme care în ultimile trei secole au fost selectate de matematicieni ca fiindu-ne utile.

Așadar, o abilitate înnăscută, o structura neuronală, de detecție a lumii prin numărare a creat construcții, modele, dar *numai modele*, care au fost selectate socio-cultural. Neuroconstructivismul este astfel o formă de evoluționism.

Educația matematică intervine prin continua reconstrucție în mințile indivizilor a celor mai utile instrumente. *Nimic nu ne garantează însă, că aceste instrumente sunt unice sau că nu putem construi și alte tipuri de arhitecturi la aceeași realitate dată.* Un *apriorism* absolut este astfel infirmat.

Referinte

Anderson, J. R. (1983). „The architecture of cognition”, MA: Harvard University Press. U.S.A.

Chomsky, Noam. (1996). „Cunoașterea limbii”. Editura Științifică și Enciclopedică. București.

Dasen, Pierre, R. and Ribaupierre, Anik de. (1987). „Neo-Piagetian Theories: Cross-Cultural and Differential Perspectives” in Volume 22, 1987, pp. 793 – 832.

Dehaene, Stanislas. (1997). „The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics”, Oxford University Press. Oxford. (<http://www.edge.org>.)

Grausson.M. (2007). „*Science et vie*”, Sept., 2007.

Kaiser. G. (2002). “*Educational Philosophies and Their Influence on Mathematics Education – an Ethnographic Study in English and German Mathematics Classrooms.*” Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 34 (6), 241-257.

Miller, G., A. (1956). „The magical number seven plus or minor two; some limits on our capacity for processing information”, in „Psychological Review”, 63, pp.81-97.

<http://www.sciencenews.org>

<http://www.skyghtedu.com>