

ANALIZA DINAMICĂ A TRANSPORTOARELOR VIBRATOARE MODELATE CA SISTEME MECANICE ELASTICE CU TREI GRADE DE LIBERTATE

THE DYNAMIC ANALYSIS OF THE VIBRATING CONVEYORS MODELED AS 3DOF MECHANICAL ELASTIC SYSTEMS

Căpățână Gigel Florin, Asist. dr. ing., Centrul de Cercetare Mecanica Mașinilor și Echipamentelor Tehnologice - MECMET, Facultatea de Inginerie și Agronomie din Brăila, Universitatea “Dunărea de Jos” din Galați, gcapatana@ugal.ro

Drăgan Nicușor, Conf. dr. ing., Centrul de Cercetare Mecanica Mașinilor și Echipamentelor Tehnologice - MECMET, Facultatea de Inginerie și Agronomie din Brăila, Universitatea “Dunărea de Jos” din Galați, nicusor.dragan@ugal.ro

Potârniche Aurora Maria, Ș.L. dr. ing., Centrul de Cercetare Mecanica Mașinilor și Echipamentelor Tehnologice - MECMET, Facultatea de Inginerie și Agronomie din Brăila, Universitatea “Dunărea de Jos” din Galați, Potarniche.Aurora@ugal.ro

Rezumat: De obicei, la modelarea dinamică a transportoarelor vibratoare și a alimentatoarelor se consideră că organul de lucru ale acestora este solid rigid rezemat elastic, cu un singur grad de libertate dinamică. Aceste ipoteze conduc la relații simplificate de calcul, care sunt utile în proiectarea și activitatea de exploatare, dar nu pot explica fenomene precum puterea mare necesară pentru antrenare, aglomerări ale materialului transportat în anumite zone ale jgheabului, fenomene rezonatorii la alte frecvențe decât cea proprie, etc.. În această lucrare, este prezentat și analizat dinamic un transportor vibrator inerțial cu două mase excentrice modelat ca un sistem mecanic elastic cu trei grade de libertate. După determinarea ecuațiilor diferențiate de mișcare ale organului de lucru, se determină amplitudinile vibrațiilor forțate și defazajele în punctele de reazem și, pe baza acestora, energia și puterea necesară antrenării vibratorului inerțial.

Abstract: Usually, the dynamic models for vibratory conveyers and feeders considers them like solid bodies with 1DOF. These hypothesis leads to simplified calculation formula, which are useful in designing and in exploitation activity, but cannot explain phenomena like great power required to drive, agglomerations of transported material in certain areas of the eaves, sub and surharmonical resonances, a.s.o. In this paper, there is presented the model of a two eccentric masses inertial vibratory conveyer modeled as a solid body with 3DOF. After the determination of the differential moving equations of the organ to work written in displacements and in deformations, there are determined the forced vibrations amplitudes and the phase differences for the bearing points and, on the basis of those, the energy and power consumptions in order to drive of the vibrating conveyer.

Cuvinte cheie: modelare dinamică, solid rigid 3DOF, reazeme elastice

Keywords: dynamic modeling, 3DOF solid body, elastic bearings

1. INTRODUCERE

Eficiența energetică, fiabilitatea ridicată și simplitatea constructivă sunt elemente care recomandă utilizarea mașinilor și utilajelor tehnologice statice cu acțiune vibrantă (transportoare, alimentatoare, ciururi, dozatoare, etc.) în cadrul liniilor tehnologice automate cu condiții grele de lucru din industriile extractive, a materialelor de construcții și alte domenii economice. În etapele de cercetare și proiectare ale acestor utilaje, se utilizează în mod frecvent relații simple de calcul, determinate pe baza unei modelări ca un sistem vâsco-

elastic cu comportament liniar, cu un singur grad de libertate, acționat de o forță excitatoare armonică.

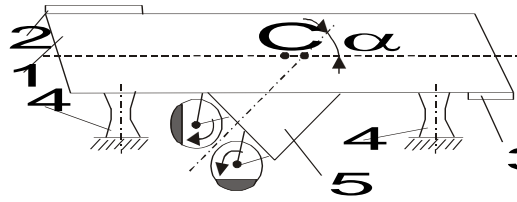


Fig. 1 Transportor vibrator inerțial - schema constructivă

Pentru determinarea consumului energetic și a puterii necesare acționării, se consideră transportorul liniar acționat de un vibrator inerțial cu două mase excentrice sincronizate din figura 1, unde au fost făcute notațiile:

- 1-jgheab (organ de lucru);
- 2-gură alimentare; 3-gură evacuare;
- 4-elemente vâsco-elastice de rezemare (amortizoare din cauciuc, arcuri metalice diverse);
- 5-vibrator inerțial bimasic;
- C-centrul de masă al ansamblului mobil.

2.MODELAREA DINAMICĂ A TRANSPORTORULUI

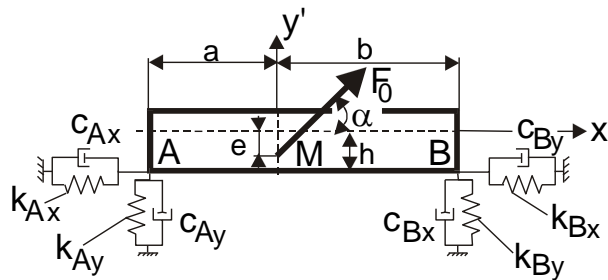


Fig. 2 Transportor vibrator inerțial - model simplificat de calcul

Pentru studiul dinamic al transportorului, se consideră modelul cu un plan de simetrie vertical-longitudinal din figura 2. Simetria se referă atât la elementele structurale (de inerție, de disipare, de elasticitate), cât și la acționare. Ipoteza referitoare la simetrie este confirmată de construcția celor mai multe transportoare vibratoare, urmărindu-se echilibrarea în vederea reducerii vibrațiilor laterale (de alunecare), de ruliu (legănare) și de girație (întoarcere).

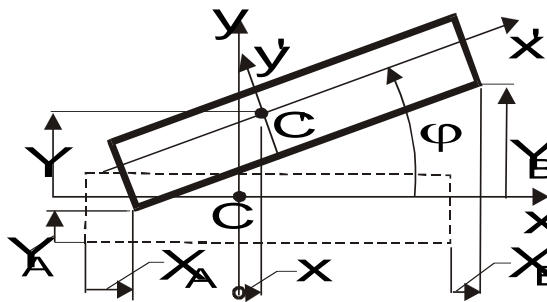


Fig. 3 Transportor vibrator inerțial - model pentru studiul în deplasări

2.1. Ecuațiile de mișcare în deplasări

Studiindu-se vibrațiile transportorului în planul de simetrie \mathbf{xCy} , sunt necesare 3 coordonate generalizate pentru caracterizarea poziției acestuia în plan. Se consideră drept coordonate generalizate X și Y deplasările pe orizontală și respectiv pe verticală ale centrului de masă, precum și φ rotirea în planul \mathbf{xCy} (figura 3).

Pentru modelarea matematică a transportorului ecuațiile Lagrange de speța a 2-a sunt:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{X}} \right) - \frac{\partial E}{\partial X} = Q_X^P + Q_X^F + Q_X^R \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{Y}} \right) - \frac{\partial E}{\partial Y} = Q_Y^P + Q_Y^F + Q_Y^R \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial E}{\partial \varphi} = Q_\varphi^P + Q_\varphi^F + Q_\varphi^R \end{cases} \quad (1)$$

În ipoteza micilor oscilații, energia cinetică are expresia

$$E = \frac{1}{2} m \dot{X}^2 + \frac{1}{2} m \dot{Y}^2 + \frac{1}{2} J_z \dot{\varphi}^2, \quad (2)$$

unde m este masa ansamblului mobil jgheab-vibrator

J_z – momentul de inerție față de axa perpendiculară în \mathbf{C} pe planul de simetrie.

În ipoteza unui comportament elastic liniar al elementelor de rezemare, forma pătratică a energiei potențiale are expresia:

$$\begin{aligned} 2V = & (k_{Ax} + k_{Bx})X^2 + (k_{Ay} + k_{By})Y^2 + \left[h^2(k_{Ax} + k_{Bx}) + a^2k_{Ay} + b^2k_{By} \right] \varphi^2 + \\ & + h(k_{Ax} + k_{Bx})X\varphi + (-ak_{Ay} + bk_{By})Y\varphi \end{aligned} \quad (3)$$

Se subliniază faptul că variațiile energiei potențiale de natură gravitațională sunt preluate de deformațiile statice ale elementelor de rezemare din punctele \mathbf{A} și \mathbf{B} .

Considerând că elementele de rezemare au vâscozități liniare după direcțiile \mathbf{x} și \mathbf{y} , rezultă funcția de disipare de forma:

$$\begin{aligned} 2D = & (c_{Ax} + c_{Bx})\dot{X}^2 + (c_{Ay} + c_{By})\dot{Y}^2 + \left[h^2(c_{Ax} + c_{Bx}) + a^2c_{Ay} + b^2c_{By} \right] \dot{\varphi}^2 + \\ & + h(c_{Ax} + c_{Bx})\dot{X}\dot{\varphi} + (-ac_{Ay} + bc_{By})\dot{Y}\dot{\varphi} \end{aligned} \quad (4)$$

În ipoteza în care momentul static total al celor două mase excentrice este $2m_0r$ (m_0 - masele de dezechilibru, r - excentricitățile) și viteza unghiulară este ω , forța unidirecțională are expresia:

$$F = 2m_0 r \omega^2 \sin \omega t \quad (5)$$

Corespunzător fiecărei coordonate generalizate, forțele generalizate au expresiile:

$$\begin{cases} Q_1^F = Q_X^F = \frac{\delta L_X}{\delta X} = 2m_0 r \omega^2 \cos \alpha \sin \omega t \\ Q_2^F = Q_Y^F = \frac{\delta L_Y}{\delta Y} = 2m_0 r \omega^2 \sin \alpha \sin \omega t \\ Q_3^F = Q_\varphi^F = \frac{\delta L_\varphi}{\delta \varphi} = 2em_0 r \omega^2 \cos \alpha \sin \omega t \end{cases} \quad (6)$$

Cu expresiile energiilor cinetică (2) și potențială (3), a funcției de disipare (4) și ale forțelor generalizate (6) introduse în (1), ecuațiile diferențiale de mișcare în deplasări sunt de forma:

$$m\ddot{X} + (c_{Ax} + c_{Bx})\dot{X} + h(c_{Ax} + c_{Bx})\dot{\varphi} + (k_{Ax} + k_{Bx})X + h(k_{Ax} + k_{Bx})\varphi = 2m_0 r \omega^2 \cos \alpha \sin \omega t \quad (7)$$

$$m\ddot{Y} + (c_{Ay} + c_{By})\dot{Y} + (-ac_{Ay} + bc_{By})\dot{\varphi} + (k_{Ay} + k_{By})Y + (-ak_{Ay} + bk_{By})\varphi = 2m_0 r \omega^2 \sin \alpha \sin \omega t \quad (8)$$

$$\begin{aligned} J_z \ddot{\varphi} + h(c_{Ax} + c_{Bx})\dot{X} + (-ac_{Ay} + bc_{By})\dot{Y} + \left[h^2(c_{Ax} + c_{Bx}) + a^2 c_{Ay} + b^2 c_{By} \right] \dot{\varphi} + \\ + h(k_{Ax} + k_{Bx})X + (-ak_{Ay} + bk_{By})Y + \left[h^2(k_{Ax} + k_{Bx}) + a^2 k_{Ay} + b^2 k_{By} \right] \varphi = \\ = 2em_0 r \omega^2 \cos \alpha \sin \omega t \end{aligned} \quad (9)$$

Din motive constructive, elementele de sprijin ale transportorului sunt identice, având elasticități și disipări egale ($k_{Ax}=k_{Bx}=k_x$, $c_{Ax}=c_{Bx}=c_x$, $k_{Ay}=k_{By}=k_y$, $c_{Ay}=c_{By}=c_y$). Din motive funcționale (pentru reducerea vibrațiilor torsionale de galopare) punctele de sprijin **A** și **B** sunt astfel dispuse încât sunt coplanare orizontal cu centrul de masă **C**, putându-se scrie $h=0$. În aceste ipoteze, are loc o decuplare a mișcării de înaintare (**X**) de celelalte două mișcări, de săltare (**Y**) și galopare(φ), ecuațiile de mișcare (7)-(9) simplificându-se astfel:

$$\begin{cases} m\ddot{X} + 2c_x \dot{X} + 2k_x X = 2m_0 r \omega^2 \cos \alpha \sin \omega t \\ m\ddot{Y} + 2c_y \dot{Y} + (b-a)c_y \dot{\varphi} + 2k_y Y + (b-a)k_y \varphi = 2m_0 r \omega^2 \sin \alpha \sin \omega t \\ J_z \ddot{\varphi} + (b-a)c_y \dot{Y} + (a^2 + b^2)c_y \dot{\varphi} + (b-a)k_y Y + (a^2 + b^2)k_y \varphi = 2em_0 r \omega^2 \cos \alpha \sin \omega t \end{cases} \quad (10)$$

2.2.Ecuatiile de mișcare scrise în deformații

Deoarece mișcarea de înaintare este decuplată de celelalte două mișcări, se poate aprecia că toate punctele jgheabului au aceeași mișcare după axa **x**. Pentru analiza disipărilor energetice în punctele de sprijin **A** și **B**, se utilizează transformările liniare de coordonate:

$$\begin{cases} Y_A = Y - a\varphi \\ Y_B = Y + b\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = \frac{bY_A + aY_B}{a+b} \\ \varphi = \frac{-Y_A + Y_B}{a+b} \end{cases} \quad (11)$$

Între vitezele generalizate și vitezele de deformație există aceleași relații liniare de legătură:

$$\begin{cases} \dot{Y} = \frac{b\dot{Y}_A + a\dot{Y}_B}{a+b} \\ \dot{\varphi} = \frac{-\dot{Y}_A + \dot{Y}_B}{a+b} \end{cases} \quad (12)$$

Înlocuind expresiile (12) ale vitezelor în (2), se obține energia cinetică scrisă cu vitezele de deformație astfel

$$2E = m\dot{X}^2 + a_{11}\dot{Y}_A^2 + 2a_{12}\dot{Y}_A\dot{Y}_B + a_{11}\dot{Y}_B^2, \quad (13)$$

unde coeficienții de inerție au expresiile după cum urmează:

$$a_{11} = \frac{mb^2 + J_z}{(a+b)^2}$$

$$a_{12} = a_{21} = \frac{mab - J_z}{(a+b)^2}$$

$$a_{22} = \frac{ma^2 + J_z}{(a+b)^2}$$

Deoarece se studiază mișcarea în deformații, formele pătratice ale energiei potențiale și ale funcției de disipare se pot scrie astfel:

$$2V = 2k_x X^2 + k_y Y_A^2 + k_y Y_B^2 \quad (14)$$

$$2D = 2c_x \dot{X}^2 + c_y \dot{Y}_A^2 + c_y \dot{Y}_B^2 \quad (15)$$

Utilizând transformările liniare (11) și pentru deplasările virtuale, se obțin expresiile forțelor generalizate corespunzătoare deformațiilor virtuale astfel:

$$\begin{cases} Q_1^F = Q_X^F = 2m_0 r \omega^2 \cos \alpha \sin \omega t \\ Q_2^F = Q_{Y_A}^F = 2 \frac{b \sin \alpha - e \cos \alpha}{a+b} m_0 r \omega^2 \sin \omega t \\ Q_3^F = Q_{Y_B}^F = 2 \frac{a \sin \alpha + e \cos \alpha}{a+b} m_0 r \omega^2 \sin \omega t \end{cases} \quad (16)$$

Ecuatiile diferențiale de mișcare scrise în deformațiile elementelor de rezemare sunt de forma:

$$\begin{cases} m\ddot{X} + 2c_x\dot{X} + 2k_xX = 2m_0r\omega^2 \cos \alpha \sin \omega t \\ a_{11}\ddot{Y}_A + a_{12}\ddot{Y}_B + c_y\dot{Y}_A + k_yY_A = 2 \frac{b \sin \alpha - e \cos \alpha}{a+b} m_0r\omega^2 \sin \omega t \\ a_{11}\ddot{Y}_A + a_{12}\ddot{Y}_B + c_y\dot{Y}_B + k_yY_B = 2 \frac{a \sin \alpha + e \cos \alpha}{a+b} m_0r\omega^2 \sin \omega t \end{cases} \quad (17)$$

3. ANALIZA DINAMICĂ A SISTEMULUI ÎN REGIM FORȚAT STABILIZAT

Conform ecuațiilor diferențiale (17), mișcarea pe orizontală a sistemului este decuplată de mișcările pe verticală.

Vibrația forțată pe direcția x este armonică de forma

$$X_f = A \sin(\omega t - \varphi) \quad , \quad (18)$$

amplitudinea A și defazajul φ determinându-se prin identificare în prima ecuație din (17).

După efectuarea calculelor se obțin expresiile A și φ

$$A = \frac{2m_0r\omega^2}{m\sqrt{(p_x^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}} \quad (19)$$

$$\tan \varphi = \frac{2n\omega}{p_x^2 - \omega^2} \quad , \quad (20)$$

unde $p_x = \sqrt{\frac{2k_x}{m}}$ este pulsația (proprie) a vibrației armonice orizontale

$n = \frac{c_x}{m}$ - factorul de amortizare a vibrațiilor orizontale

Pentru determinarea amplitudinilor și defazajelor vibrațiilor forțate ale punctelor **A** și **B**, se utilizează reprezentările cu numere complexe astfel:

■ forma complexă a vibrațiilor forțate:

$$\tilde{Y}_A = \tilde{A}_A e^{i\omega t} \quad \tilde{Y}_B = \tilde{A}_B e^{i\omega t} \quad (21)$$

■ ecuațiile diferențiale de mișcare:

$$\begin{cases} a_{11}\ddot{\tilde{Y}}_A + a_{12}\ddot{\tilde{Y}}_B + c_y\dot{\tilde{Y}}_A + k_y\tilde{Y}_A = H_A e^{i\omega t} \\ a_{11}\ddot{\tilde{Y}}_A + a_{12}\ddot{\tilde{Y}}_B + c_y\dot{\tilde{Y}}_B + k_y\tilde{Y}_B = H_B e^{i\omega t} \end{cases} \quad (22)$$

unde au fost făcute notațiile:

$$\begin{cases} H_A = 2 \frac{b \sin \alpha - e \cos \alpha}{a+b} m_0 r \omega^2 \\ H_B = 2 \frac{a \sin \alpha + e \cos \alpha}{a+b} m_0 r \omega^2 \end{cases} \quad (23)$$

După derivare și înlocuire în sistemul (22), rezultă sistemul algebric:

$$\begin{cases} (k_y - a_{11}\omega^2 + ic_y\omega)\tilde{A}_A - a_{12}\omega^2\tilde{A}_B = H_A \\ -a_{21}\omega^2\tilde{A}_A + (k_y - a_{22}\omega^2 + ic_y\omega)\tilde{A}_B = H_B \end{cases} \quad (24)$$

Prin rezolvarea sistemului (24) se obțin expresiile complexe ale amplitudinilor vibrațiilor forțate ale punctelor **A** și **B** astfel:

$$\begin{cases} \tilde{A}_A = \sqrt{\frac{C_A^2 + D_A^2}{C^2 + D^2}} e^{-i\varphi_A} \\ \tilde{A}_B = \sqrt{\frac{C_B^2 + D_B^2}{C^2 + D^2}} e^{-i\varphi_B} \end{cases}, \quad (25)$$

unde: $C = (a_{11}a_{22} - a_{12}^2)\omega^4 - [k_y(a_{11} + a_{22}) + c_y^2]\omega^2 + k_y^2$

$$D = -c_y(a_{11} + a_{22})\omega^3 + 2k_y c_y$$

$$C_A = H_A(k_y - a_{22}\omega^2) + H_B a_{12}\omega^2 \quad D_A = H_A c_y \omega$$

$$C_B = H_B(k_y - a_{11}\omega^2) + H_A a_{12}\omega^2 \quad D_B = H_B c_y \omega$$

Defazajele dintre vibrațiile forțate și forța excitatoare au expresiile:

$$\begin{cases} \tan \varphi_A = \frac{C_A D - D_A C}{C_A C + D_A D} \\ \tan \varphi_B = \frac{C_B D - D_B C}{C_B C + D_B D} \end{cases} \quad (26)$$

Trecând la exprimarea în numere reale a soluțiilor, se obțin expresiile amplitudinilor astfel:

$$\begin{cases} A_A = \sqrt{\frac{C_A^2 + D_A^2}{C^2 + D^2}} \\ A_B = \sqrt{\frac{C_B^2 + D_B^2}{C^2 + D^2}} \end{cases} \quad (27)$$

4.PUTEREA DE ACȚIONARE NECESARĂ ÎN REGIM FORȚAT STABILIZAT

Principalele consumuri energetice apar datorită frecărilor interne între particulele materialului transportat și între acestea și jgheabul transportorului, precum și în elementele de rezemare și în lagărele vibratorului. Dacă pierderile datorate interacțiunilor dintre particule nu pot fi cuantificate, cele ce apar la interacțiunea particulă-jgheab depind de regimul de lucru utilizat.

4.1. Puterea disipată în elementele de rezemare

Considerând un comportament liniar disipativ a elementelor de rezemare pe direcția \mathbf{x} , forța rezistentă este proporțională cu viteza de deformație, lucrul mecanic elementar putând fi scris astfel:

$$dL_x = c_x \dot{X} dX = c_x \dot{X}^2 dt \quad (28)$$

Deoarece viteza de deformație pe direcția \mathbf{x} se scrie $\dot{X} = A\omega \cos(\omega t - \varphi)$, lucrul mecanic efectuat de forța disipativă într-un ciclu complet se obține prin integrarea relației (28) astfel:

$$L_x = \int_0^T dL_x = c_x \omega^2 A^2 \int_0^{2\pi} \cos^2(\omega t - \varphi) dt = \pi c_x \omega A^2 \quad (29)$$

În mod similar se determină disiparea de energie din cele două puncte de rezemare după direcția \mathbf{y} :

$$L_{yA} = c_y \omega^2 A_A^2 \int_0^{2\pi} \cos^2(\omega t - \varphi_A) dt = \pi c_y \omega A_A^2 \quad (30)$$

$$L_{yB} = c_y \omega^2 A_B^2 \int_0^{2\pi} \cos^2(\omega t - \varphi_B) dt = \pi c_y \omega A_B^2 \quad (31)$$

Consumul de putere pentru învingerea frecărilor interne din elementele de rezemare este:

$$P_D = \frac{L_D}{T} = \frac{\omega}{2\pi} (2L_x + L_{yA} + L_{yB}) = \frac{\omega^2}{2} \left[2c_x A^2 + c_y (A_A^2 + A_B^2) \right] \quad (32)$$

4.2. Puterea disipată în lagărele vibratorului inerțial

Forțele de frecare din lagăre depind de reacțiunile radiale și coeficientul de frecare μ^* în acestea. Pentru calculul forțelor de apăsare se consideră schema vibratorului din figura 4 în care $m_1 = m_2 = m_0$. Funcție de deplasările \mathbf{Y} și φ , punctul **1** se mișcă după legile:

$$\begin{cases} X_I = X + \varphi(e + l \sin \alpha - d \cos \alpha) \\ Y_I = Y + \varphi(-l \cos \alpha - d \sin \alpha) \end{cases} \quad (33)$$

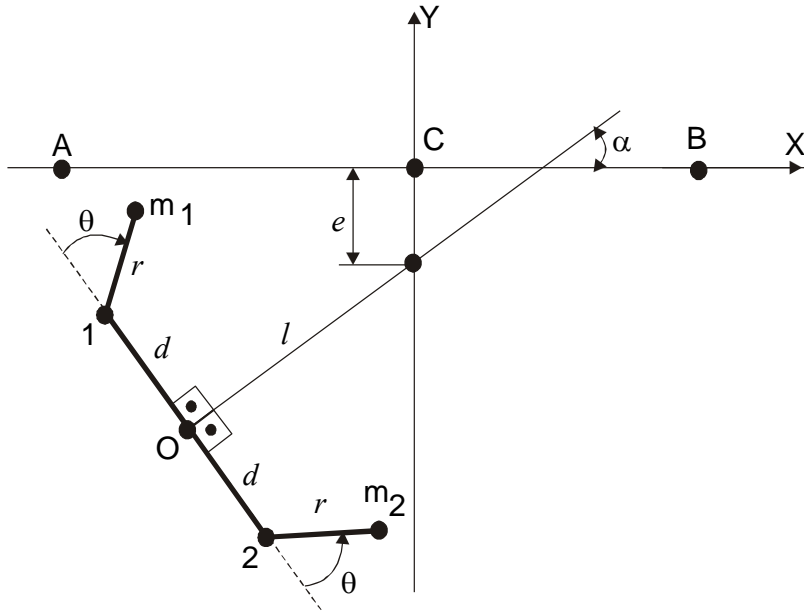


Fig. 4 Modelul vibratorului inercial pentru calculul puterii consumate în lagărele de rotație

Funcție de deformații, deplasările sunt:

$$\begin{cases} X_I = A \sin(\omega t - \varphi) + \frac{-Y_A + Y_B}{a+b} (e + l \sin \alpha - d \cos \alpha) \\ Y_I = \frac{bY_A + aY_B}{a+b} + \frac{-Y_A + Y_B}{a+b} (-l \cos \alpha - d \sin \alpha) \end{cases} \quad (34)$$

Ținând seama de expresiile (26) și (27) ale amplitudinilor și defazajelor vibrațiilor punctelor **A** și **B**, rezultă forma vibrațiilor punctului **1** după **X** și **Y** astfel

$$\begin{cases} X_I = A_{Ix} \sin(\omega t - \varphi_{Ix}) \\ Y_I = A_{Iy} \sin(\omega t - \varphi_{Iy}) \end{cases} \quad (35)$$

unde:

$$A_{Ix}^2 = A^2 + E_I^2 + 2AE_I \cos(\varphi - \varphi_I) \quad E_I^2 = E_A^2 + E_B^2 + 2E_A E_B \cos(\varphi_A - \varphi_B)$$

$$E_A = -\frac{e + l \sin \alpha - d \cos \alpha}{a+b} A_A \quad E_B = \frac{e + l \sin \alpha - d \cos \alpha}{a+b} A_B$$

$$F_A = \frac{b + l \cos \alpha + d \sin \alpha}{a+b} A_A \quad F_B = \frac{a - l \cos \alpha - d \sin \alpha}{a+b} A_B$$

$$A_{Iy}^2 = F_A^2 + F_B^2 + 2F_A F_B \cos(\varphi_A - \varphi_B) \quad \tan \varphi_I = \frac{E_A \sin \varphi_A + E_B \sin \varphi_B}{E_A \cos \varphi_A + E_B \cos \varphi_B}$$

$$\tan \varphi_{Ix} = \frac{A \sin \varphi + E_I \sin \varphi_I}{A \cos \varphi + E_I \cos \varphi_I} \quad \tan \varphi_{Iy} = \frac{F_A \sin \varphi_A + F_B \sin \varphi_B}{F_A \cos \varphi_A + F_B \cos \varphi_B}$$

În mod similar se pot determina vibrațiile punctului **2** după cele două direcții:

$$\begin{cases} X_2 = A_{2x} \sin(\omega t - \varphi_{2x}) \\ Y_2 = A_{2y} \sin(\omega t - \varphi_{2y}) \end{cases} \quad (36)$$

Deplasările, respectiv accelerațiile masei m_1 se scriu funcție de cele ale punctului **1** astfel:

$$\begin{cases} X_{m1} = X_1 + r \sin(\omega t - \alpha) \\ Y_{m1} = Y_1 + r \cos(\omega t - \alpha) \end{cases} \xrightarrow{\frac{d^2}{dt^2}} \begin{cases} \ddot{X}_{m1} = \ddot{X}_1 - \omega^2 r \sin(\omega t - \alpha) \\ \ddot{Y}_{m1} = \ddot{Y}_1 - \omega^2 r \cos(\omega t - \alpha) \end{cases} \quad (37)$$

Vectorul de poziție al masei m_1 față de lagărul **1** este de forma:

$$\bar{r}_1 = \overline{Im}_1 = r \sin(\omega t - \alpha) \bar{i} + r \cos(\omega t - \alpha) \bar{j} \quad (38)$$

Componenta accelerației masei m_1 de-a lungul dreptei ce trece prin lagărul **1** este:

$$\begin{aligned} a_{r1} = \frac{\bar{a}_{m1} \bar{r}_1}{r_1} = -\omega^2 r - \frac{\omega^2}{2} [A_{1x} \cos(\alpha - \varphi_{1x}) + A_{1y} \sin(\alpha - \varphi_{1y})] + \\ + \frac{\omega^2}{2} A_{1x} \cos(2\omega t - \alpha - \varphi_{1x}) - \frac{\omega^2}{2} A_{1y} \sin(2\omega t - \alpha - \varphi_{1y}) \end{aligned} \quad (39)$$

Forța cu care masa m_1 acționează asupra lagărului **1** este de forma $F_1 = -m_1 a_{r1}$, lucrul mecanic al forțelor de frecare din acest lagăr într-o perioadă T fiind

$$L_1 = \int_0^{2\pi} dL_{f1} = \int_0^{2\pi} \mu^* F_1 R d(\omega t) \quad , \quad (40)$$

unde R este raza fusului lagărului.

După înlocuiri și efectuarea calculelor rezultă lucrul mecanic pe ciclu

$$L_{1f} = 2\pi \mu^* R m_0 \omega^2 \left\{ r + \frac{I}{2} [A_{1x} \cos(\alpha - \varphi_{1x}) + A_{1y} \sin(\alpha - \varphi_{1y})] \right\} \quad , \quad (41)$$

Puterea consumată pentru învingerea frecărilor din cele două lagăre ale vibratorului sunt:

$$P_{1f} = \frac{L_1}{T} = \mu^* R m_0 \omega^3 \left\{ r + \frac{I}{2} [A_{1x} \cos(\alpha - \varphi_{1x}) + A_{1y} \sin(\alpha - \varphi_{1y})] \right\} \quad (42)$$

$$P_{2f} = \frac{L_2}{T} = \mu^* R m_0 \omega^3 \left\{ r + \frac{I}{2} [A_{2x} \cos(\alpha + \varphi_{2x}) + A_{2y} \sin(\alpha + \varphi_{2y})] \right\} \quad (43)$$

Puterea disipată în elementele de rezemare și în lagăre se obține prin însumare astfel:

$$P = P_D + P_{1f} + P_{2f} \quad (44)$$

5. CONCLUZII

Prezentul studiu poate constitui, prin relațiile de calcul ale puterii necesare de acționare, un instrument de lucru în activitatea de proiectare și cercetare dar și în exploatarea transportoarelor vibratoare inerțiale.

6. BIBLIOGRAFIE

[1] **P. Bratu**, *Vibrațiile sistemelor elastice*, Ed. Tehnică, București, 2000