

# MODELAREA DINAMICĂ A SOLIDULUI RIGID REZEMAT ELASTIC CU SIMETRII STRUCTURALE. STUDIU DE CAZ - CALCULUL MODAL A PODULUI CONSTRUIT DIN GRINZI DE TIP "U" DIN BETON ARMAT

Drăgan Nicușor, Conf. dr. ing., Facultatea de Inginerie din Brăila, Universitatea "Dunărea de Jos" din Galați  
Lificiu Bogdan, Ing., Masterand anul I Specializarea A.A.C.D.M.E.T., Facultatea de Inginerie din Brăila  
Cantaragiu Mihai, Student anul IV Specializarea I.E.D.M., Facultatea de Inginerie din Brăila

The article proposes an approach of 6DOF dynamic model of a rigid-solid with some types of symmetries. These symmetries lead to simplified mathematical models, which are more easily to solve. If the rigid-solid is symmetrical beared by triorthogonal elastic links, the mathematical model becomes still simple and the vibrations are decoupled into four subsystems of movements: side slipping and rolling, forward motion and pitching, lifting motion, gyration. There are two case study of modal analysis: for a viaduct with five arches made from reinforced concrete „U” beam and for an arch (between two piers of the viaduct) made from four reinforced concrete „U” beam.

## 1.MODELAREA SOLIDUL RIGID CU LEGĂTURI ELASTICE TRIORTOGONALE

În vederea determinării modelului matematic al solidului rigid cu simetrii structurale, se consideră că acesta are șase grade de libertate dinamică și un număr finit de legături vâsco-elastice. Deasemenea, se consideră a fi cunoscute (sau se pot determina analitic, numeric sau pe cale experimentală), toate caracteristicile dimensionale și inerțiale ale rigidului precum și caracteristicile reologice ale reazemelor vâsco-elastice (elasticitate, amortizare).

În conformitate cu [7], ecuațiile diferențiale de mișcare ale solidului rigid cu șase grade de libertate sun cuplate elastic și prin amortizări (prin intermediul coeficienților de rigiditate și a coeficienților de disipare). Matricial, sistemul celor șase ecuații diferențiale poate fi scris după cum urmează

$$\underline{\underline{A}}\ddot{\underline{q}} + \underline{\underline{B}}\dot{\underline{q}} + \underline{\underline{C}}\underline{q} = \underline{\underline{f}}, \quad (1)$$

unde  $\underline{\underline{A}}$  este matricea de inerție

$\underline{\underline{B}}$  - este matricea de amortizare (cu coeficienții de disipare)

$\underline{\underline{C}}$  - este matricea de rigiditate (cu coeficienții de rigiditate/elasticitate)

$\underline{q} / \dot{\underline{q}} / \ddot{\underline{q}}$  - vectorii deplasărilor / vitezelor / accelerațiilor generalizate

$\underline{\underline{f}}$  - vectorul forțelor generalizate.

Dacă se neglijează amortizările din sistem (sau dacă acestea sunt nesemnificative), ecuația diferențială devine:

$$\underline{\underline{A}}\ddot{\underline{q}} + \underline{\underline{C}}\underline{q} = \underline{\underline{f}} \quad (2)$$

Ecuția diferențială a sistemului în absența perturbațiilor exterioare poate fi scrisă

$$\underline{A}\ddot{\underline{q}} + \underline{C}\dot{\underline{q}} = \underline{0} \quad (3)$$

unde  $\underline{0}$  este vectorul nul (cu toți coeficienții nuli).

Dacă sistemul cartezian de axe este central și principal, atunci matricea pătratică  $6 \times 6$  de inerție devine diagonală

$$\underline{A} = \text{DIAG}[m, m, m, J_x, J_y, J_z] \quad (4)$$

unde  $m$  este masa solidului rigid și  $J_x, J_y, J_z$  sunt momentele de inerție principale.

## 2. ANALIZA MODALĂ A SOLIDULUI RIGID CU AXĂ DE SIMETRIE VERTICALĂ

Considerând că solidul rigid are o axă verticală de simetrie (distribuția de masă, configurația geometrică, dispunerea reazemelor elastice triortogonale) și sistemul de coordonate cartezian este central și principal, matricea de inerție a sistemului pentru studiul “în deplasări” este diagonală (4). Considerând un sistem de rezemare alcătuit din  $n$  suporturi cu coeficienți de rigiditate ( $k_{ix}, k_{iy}, k_{iz}$ ) ca în figura 1 și poziționate în punctele de coordonate  $M_i(x_i, y_i, z_i)$   $i = \overline{1, n}$ , matricea coeficienților de rigiditate/elasticitate devine:

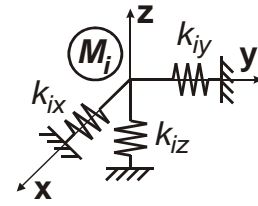


Fig. 1 Reazem elastic triortogonal

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} \sum k_{ix} & 0 & 0 & 0 & \sum k_{ix}z_i & 0 \\ 0 & \sum k_{iy} & 0 & -\sum k_{iy}z_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sum k_{iz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sum k_{iy}z_i & 0 & \sum (k_{iy}z_i^2 + k_{iz}y_i^2) & 0 & 0 \\ \sum k_{ix}z_i & 0 & 0 & 0 & \sum (k_{iz}x_i^2 + k_{ix}z_i^2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sum (k_{ix}y_i^2 + k_{iy}x_i^2) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Deoarece matricea de inerție este diagonală, coeficienții nediagonali din matricea de rigiditate  $\underline{C}$  reprezintă termenii de cuplaj ai ecuațiilor din sistemul (3). Deoarece în matricea  $\underline{C}$  nu sunt decât patru termeni nenuli ( $c_{15} \equiv c_{51}$  și  $c_{24} \equiv c_{42}$ ), mișcările libere ale solidului rigid sunt decuplate dinamic în patru subsisteme (cu mișcări cuplate). Dinamica subsistemelor cu mișcări cuplate sunt descrise de următoarele ecuații diferențiale:

a)subsistemul  $(X, \varphi_y)$  - mișcarea de alunecare laterală cuplată cu mișcarea de ruluu (legănare)

$$\begin{cases} m\ddot{X} + X\sum k_{ix} + \varphi_y\sum k_{ix}z_i = 0 \\ J_y\ddot{\varphi}_y + X\sum k_{ix}z_i + \varphi_y\sum (k_{iz}x_i^2 + k_{ix}z_i^2) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

b)subsistemul  $(Y, \varphi_x)$  - mișcarea de avans longitudinal cuplată cu mișcarea de tangaj (galopare)

$$\begin{cases} m\ddot{Y} + Y\sum k_{iy} - \varphi_x\sum k_{iy}z_i = 0 \\ J_x\ddot{\varphi}_x - Y\sum k_{iy}z_i + \varphi_x\sum (k_{iy}z_i^2 + k_{iz}y_i^2) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

c)subsistemul  $(Z)$  - mișcarea de deplasare verticală (săltare)

$$m\ddot{Z} + Z\sum k_{iz} = 0 \quad (8)$$

d)subsistemul  $(\varphi_z)$  - mișcarea de întoarcere (girație)

$$J_z\ddot{\varphi}_z + \varphi_z\sum (k_{ix}y_i^2 + k_{iy}x_i^2) = 0 \quad (9)$$

Pentru determinarea formelor proprii de vibrație, se utilizează următoarele notații:

► pulsațiile vibrațiilor de translație (mișcări necuplate)

$$p_X = \sqrt{\frac{\sum k_{ix}}{m}} \quad (10)$$

$$p_Y = \sqrt{\frac{\sum k_{iy}}{m}} \quad (11)$$

$$p_Z = \sqrt{\frac{\sum k_{iz}}{m}} \quad (12)$$

► pulsațiile vibrațiilor de rotație (mișcări necuplate)

$$p_{\varphi_x} = \sqrt{\frac{\sum (k_{iy}z_i^2 + k_{iz}y_i^2)}{J_x}} \quad (13)$$

$$p_{\varphi_y} = \sqrt{\frac{\sum (k_{iz}x_i^2 + k_{ix}z_i^2)}{J_y}} \quad (14)$$

$$p_{\varphi_z} = \sqrt{\frac{\sum (k_{ix}y_i^2 + k_{iy}x_i^2)}{J_z}} \quad (15)$$

► termenii de cuplaj dinamic pentru subsistemele  $(X, \varphi_y)$  și  $(Y, \varphi_x)$

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{I}{m} \sum k_{ix}z_i \\ \alpha_2 = \frac{I}{J_y} \sum k_{ix}z_i \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \beta_1 = -\frac{I}{m} \sum k_{iy}z_i \\ \beta_2 = -\frac{I}{J_x} \sum k_{iy}z_i \end{cases} \quad (17)$$

Considerând notațiile (10)-(17), pulsațiile proprii și valorile proprii ale subsistemelor decuplate pot fi determinate cu următoarele relații:

a) pentru subsistemul  $(X, \varphi_y)$

$$p_{1,2} = \sqrt{\frac{I}{2} \left[ p_X^2 + p_{\varphi_y}^2 \mp \sqrt{\left( p_X^2 - p_{\varphi_y}^2 \right)^2 + 4\alpha_1\alpha_2} \right]} \quad (18)$$

$$\mu_{1,2} = -\frac{I}{2\alpha_1} \left[ p_X^2 + p_{\varphi_y}^2 \pm \sqrt{\left( p_X^2 - p_{\varphi_y}^2 \right)^2 + 4\alpha_1\alpha_2} \right] \quad (19)$$

b) pentru subsistemul  $(Y, \varphi_x)$

$$p_{3,4} = \sqrt{\frac{I}{2} \left[ p_Y^2 + p_{\varphi_x}^2 \mp \sqrt{\left( p_Y^2 - p_{\varphi_x}^2 \right)^2 + 4\beta_1\beta_2} \right]} \quad (20)$$

$$\mu_{3,4} = -\frac{I}{2\beta_1} \left[ p_Y^2 + p_{\varphi_x}^2 \pm \sqrt{\left( p_Y^2 - p_{\varphi_x}^2 \right)^2 + 4\beta_1\beta_2} \right] \quad (21)$$

### 3. ANALIZA MODALĂ A UNUI POD DIN BETON ARMAT

În figura 2 sunt prezentate planul de elevație și vederea de sus ale unui viaduct construit din douăzeci de grinzi din beton armat solidarizate prin intermediul unei suprabetonări de 300mm. Fiecare din cele douăzeci de grinzi este rezemată pe câte patru aparate de reazem din cauciuc armat cu plăcuțe metalice; în total, întregul viaduct este rezemat pe optzeci de reazeme identice. Modelul simplificat al viaductului este reprezentat în figura 3.

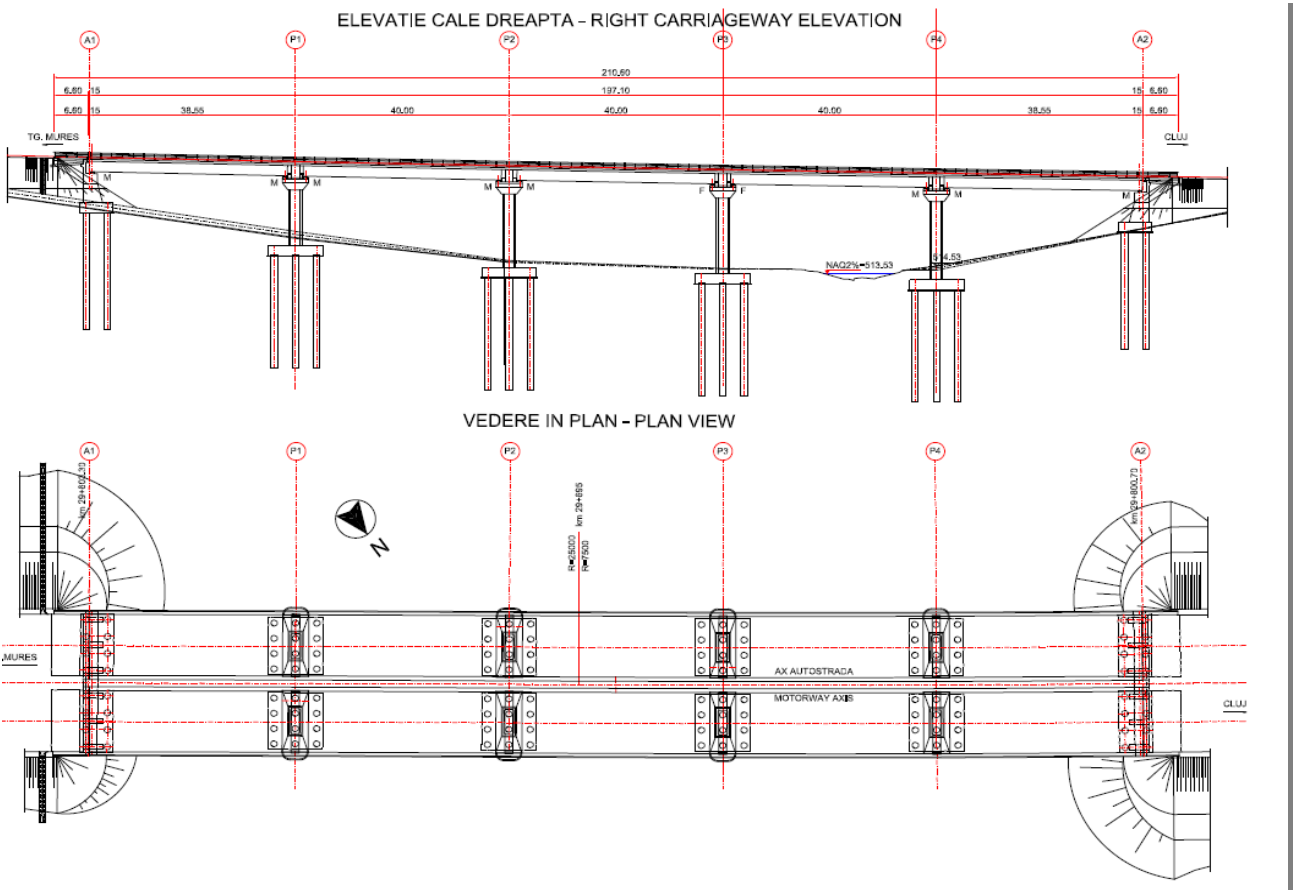


Fig. 2 Plan elevație viaduct Autostrada Transilvania A3 - KM 29+602,75↔KM 29+801,25

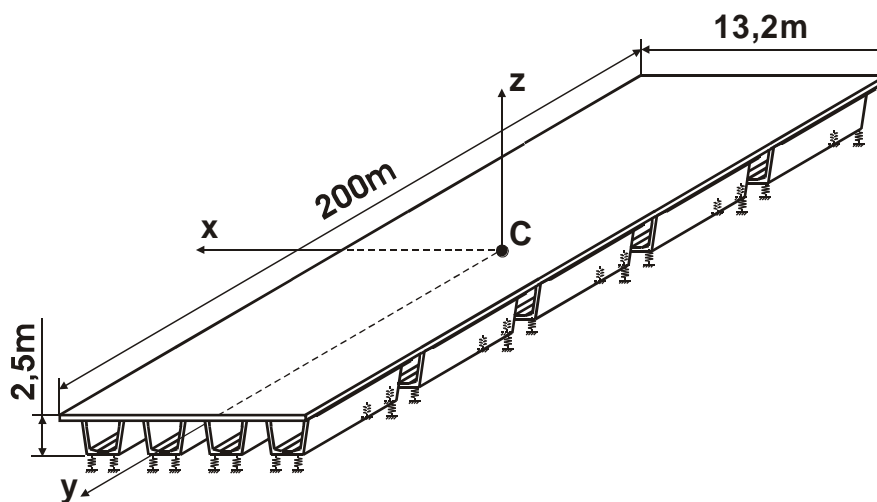


Fig. 3 Modelul simplificat al viaductului rezemat pe 80 de reazeme din neopren armat

În vederea stabilirii elementelor modurilor proprii de vibrație (pulsaii/frecvențe proprii, valori proprii) ale viaductului modelat ca în figura 2, se stabilesc (calcul, determinări experimentale) caracteristicile principale după cum urmează:

■ Dimensiuni (din desenele de execuție sau/și măsurate):

▪ pentru grinda “U”:  $37100 \times 1700 / 3280 \times 2200$  lungime  $\times$  lățime  $\times$  înălțime [mm]

▪ pentru viaduct:  $200000 \times 13300 \times 2500$  lungime  $\times$  lățime  $\times$  înălțime [mm]

■ Rigiditățile reazemelor din cauciuc armat (determinări experimentale):

$$k_{ix} \equiv k_x = 3,15 \times 10^6 \text{ N/m} \quad i = \overline{1,80}$$

$$k_{iy} \equiv k_y = 3,15 \times 10^6 \text{ N/m} \quad i = \overline{1,80}$$

$$k_{iz} \equiv k_z = 650 \times 10^6 \text{ N/m} \quad i = \overline{1,80}$$

■ Mase și momente de inerție conf. tabel 1 (calculate):

■ Poziția centrului de masă (calculată față de planul central al reazemelor:  $h = 1454,4 \text{ mm}$ )

■ Poziția reazemelor din cauciuc (în sistemul de coordonate Cxyz) conf. desenelor de execuție – tabelul 2.

Tabel 1. Caracteristicile inerțiale ale viaductului (în sistemul de coordonate central și principal)

Denumire		Unitate	Arc viaduct (4 grinzi)	Viaduct (20 grinzi)
Masă $m$		kg	992,000	4,960,000
Momente de inerție centrifugale		Kg·m <sup>2</sup>	$J_{xy} = J_{yz} = J_{zx} = 0$	
Momente de inerție axiale	$J_x$	Kg·m <sup>2</sup>	$120.533 \times 10^6$	$16.025 \times 10^9$
	$J_y$	Kg·m <sup>2</sup>	$15.133 \times 10^6$	$73.270 \times 10^6$
	$J_z$	Kg·m <sup>2</sup>	$134.091 \times 10^6$	$16.092 \times 10^9$

Tabel 2. Poziționarea reazemelor din neopren în sistemul de axe Cxyz

Coordonatele reazemelor [m]															
i	x <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>	z <sub>i</sub>	i	x <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>	z <sub>i</sub>	i	x <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>	z <sub>i</sub>	i	x <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>	z <sub>i</sub>
1	-5,5	-98,05	-1,45	21	1,1	-58,05	-1,45	41	-5,5	18,05	-1,45	61	1,1	58,05	-1,45
2	-4,4	-98,05	-1,45	22	2,2	-58,05	-1,45	42	-4,4	18,05	-1,45	62	2,2	58,05	-1,45
3	-2,2	-98,05	-1,45	23	4,4	-58,05	-1,45	43	-2,2	18,05	-1,45	63	4,4	58,05	-1,45
4	-1,1	-98,05	-1,45	24	5,5	-58,05	-1,45	44	-1,1	18,05	-1,45	64	5,5	58,05	-1,45
5	1,1	-98,05	-1,45	25	-5,5	-21,95	-1,45	45	1,1	18,05	-1,45	65	-5,5	61,95	-1,45
6	2,2	-98,05	-1,45	26	-4,4	-21,95	-1,45	46	2,2	18,05	-1,45	66	-4,4	61,95	-1,45
7	4,4	-98,05	-1,45	27	-2,2	-21,95	-1,45	47	4,4	18,05	-1,45	67	-2,2	61,95	-1,45
8	5,5	-98,05	-1,45	28	-1,1	-21,95	-1,45	48	5,5	18,05	-1,45	68	-1,1	61,95	-1,45
9	-5,5	-61,95	-1,45	29	1,1	-21,95	-1,45	49	-5,5	21,95	-1,45	69	1,1	61,95	-1,45
10	-4,4	-61,95	-1,45	30	2,2	-21,95	-1,45	50	-4,4	21,95	-1,45	70	2,2	61,95	-1,45
11	-2,2	-61,95	-1,45	31	4,4	-21,95	-1,45	51	-2,2	21,95	-1,45	71	4,4	61,95	-1,45
12	-1,1	-61,95	-1,45	32	5,5	-21,95	-1,45	52	-1,1	21,95	-1,45	72	5,5	61,95	-1,45
13	1,1	-61,95	-1,45	33	-5,5	-18,05	-1,45	53	1,1	21,95	-1,45	73	-5,5	98,05	-1,45
14	2,2	-61,95	-1,45	34	-4,4	-18,05	-1,45	54	2,2	21,95	-1,45	74	-4,4	98,05	-1,45
15	4,4	-61,95	-1,45	35	-2,2	-18,05	-1,45	55	4,4	21,95	-1,45	75	-2,2	98,05	-1,45
16	5,5	-61,95	-1,45	36	-1,1	-18,05	-1,45	56	5,5	21,95	-1,45	76	-1,1	98,05	-1,45
17	-5,5	-58,05	-1,45	37	1,1	-18,05	-1,45	57	-5,5	58,05	-1,45	77	1,1	98,05	-1,45
18	-4,4	-58,05	-1,45	38	2,2	-18,05	-1,45	58	-4,4	58,05	-1,45	78	2,2	98,05	-1,45
19	-2,2	-58,05	-1,45	39	4,4	-18,05	-1,45	59	-2,2	58,05	-1,45	79	4,4	98,05	-1,45
20	-1,1	-58,05	-1,45	40	5,5	18,05	-1,45	60	-1,1	58,05	-1,45	80	5,5	98,05	-1,45

Tabel 3. Pulsațiile și frecvențele proprii (pentru vibrațiile necuplate ale solidului rigid cu 6DOF)

Sistem	Direcție	X	Y	Z	$\varphi_x$	$\varphi_y$	$\varphi_z$
Arc viaduct (4 grinzi)	$p$ [rad/s]	7.13	7.13	102.39	167.67	97.83	11.30
	$f$ [Hz]	1.13	1.13	16.30	26.69	15.60	1.80
Viaduct (20 grinzi)	$p$ [rad/s]	7.13	7.13	102.39	105.49	97.83	7.34
	$f$ [Hz]	1.13	1.13	16.30	16.79	15.60	1.17

Pentru determinarea modurilor proprii ale subsistemelor cu mișcări cuplate se utilizează relațiile de calcul (10)-(15). În tabelul 3 sunt trecute valorile obținute pentru pulsațiile proprii și frecvențele proprii ale unui arc de viaduct și ale întregului viaduct.

Tabel 4. Modurile proprii de vibrație ale unui arc de viaduct (subsisteme decuplate)

Subsistem	Pulsații proprii	Frecvențe proprii	Valori proprii
$(X, \varphi_y)$	$p_1 = 7.13 \text{ rad/s}$	$f_1 = 1.13 \text{ Hz}$	$\mu_1 = 0.000509 \text{ rad/m}$
	$p_2 = 97.83 \text{ rad/s}$	$f_2 = 15.60 \text{ Hz}$	$\mu_2 = -128.824 \text{ rad/m}$
$(Y, \varphi_x)$	$p_3 = 7.13 \text{ rad/s}$	$f_3 = 1.13 \text{ Hz}$	$\mu_3 = -0.000002 \text{ rad/m}$
	$p_4 = 167.67 \text{ rad/s}$	$f_4 = 26.69 \text{ Hz}$	$\mu_4 = 379.750 \text{ rad/m}$
$(Z)$	$p_5 = p_Z = 102.39 \text{ rad/s}$	$f_5 = f_Z = 16.30 \text{ Hz}$	-
$(\varphi_z)$	$p_6 = p_{\varphi_z} = 11.30 \text{ rad/s}$	$f_6 = f_{\varphi_z} = 1.80 \text{ Hz}$	-

În tabelul 4 sunt prezentate valorile obținute, prin utilizarea relațiilor de calcul (12) și (15)-(21), pentru pulsațiile/frecvențele proprii și valorile proprii ale subsistemelor decuplate cu mișcări cuplate pentru un arc de viaduct (figurile 4 și 5). Din analiza valorilor din tabel și compararea cu cele din tabelul 3 se poate concluziona că mișcările din interiorul subsistemelor sunt foarte slab cuplate.

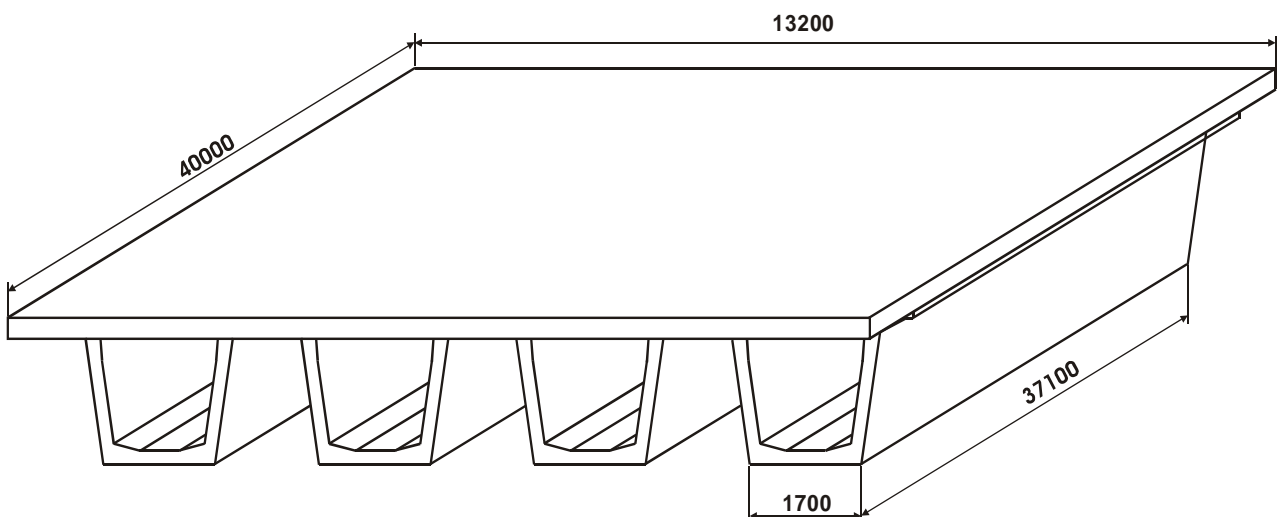


Fig. 4 Modelul unui arc de viaduct (vedere axonometrică)

În tabelul 5 sunt trecute valorile obținute prin calcul ale modurilor proprii de vibrație (pulsații/frecvențe proprii, valori proprii) ale subsistemelor decuplate cu mișcări cuplate dinamic pentru întreg viaductul, modelat ca fiind construit din cinci arce identice (modele figurile 3 și 5). Ca și în cazul modurilor proprii ale arcelor, mișcările din interiorul subsistemelor decuplate dinamic sunt foarte slab cuplate (valorile proprii sunt sau foarte mici sau foarte mari).

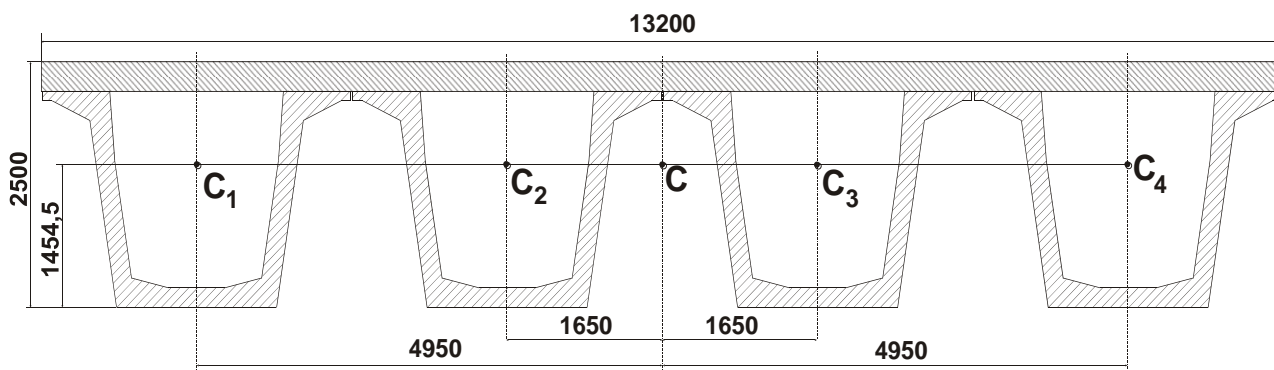


Fig. 5 Secțiune transversală prin viaduct (arc de viaduct)

Table 5 Analiza modală a viaductului (subsisteme decuplate)

Subsistem	Pulsații proprii	Frecvențe proprii	Valori proprii
$(X, \varphi_y)$	$p_1 = 7.13 \text{ rad/s}$	$f_1 = 1.13 \text{ Hz}$	$\mu_1 = 0.000509 \text{ rad/m}$
	$p_2 = 97.83 \text{ rad/s}$	$f_2 = 15.57 \text{ Hz}$	$\mu_2 = -128.824 \text{ rad/m}$
$(Y, \varphi_x)$	$p_3 = 7.13 \text{ rad/s}$	$f_3 = 1.13 \text{ Hz}$	$\mu_3 = -0.000002 \text{ rad/m}$
	$p_4 = 105.49 \text{ rad/s}$	$f_4 = 16.79 \text{ Hz}$	$\mu_4 = 149.916 \text{ rad/m}$
$(Z)$	$p_5 = p_Z = 102.39 \text{ rad/s}$	$f_5 = f_Z = 16.30 \text{ Hz}$	-
$(\varphi_z)$	$p_6 = p_{\varphi_z} = 7.34 \text{ rad/s}$	$f_6 = f_{\varphi_z} = 1.17 \text{ Hz}$	-

#### 4. CONCLUZII

a) modelarea fizică a unui solid rigid rezemat vâsco-elastic cu diverse tipuri de simetrii structurale, masice și ale legăturilor con duce la modele matematice mai simple, cu sisteme ale ecuațiilor diferențiale ale mișcării decuplate în subsisteme mai ușor de rezolvat pe cale analitică; în acest fel, se pot obține relații de calcul analitice, putându-se pune astfel în evidență influența parametrilor dimensionali, inerțiali și reologici asupra formelor modurilor proprii de vibrație;

b) dacă modelul fizic al solidului rigid permite alegerea unui sistem de referință cartezian central și principal, atunci ecuațiile diferențiale de mișcare sunt cuplate numai prin intermediul coeficienților nediagonali ai matricii de rigiditate (în acest fel mișcările fiind cuplate elastic); dacă amortizările din sistem sunt semnificative, atunci mișcările sunt cuplate și prin intermediul coeficienților nediagonali din matricea de disipare;

c) prin comparația pulsațiilor proprii sau ale frecvențelor proprii și ale valorilor proprii ale întregului viaduct sau numai ale unui arc de viaduct (tabelul 3, tabelul 4 și tabelul 5), se poate aprecia că mișcările din interiorul subsistemelor decuplate  $(X, \varphi_y)$  și  $(Y, \varphi_x)$  sunt “aproape decuplate” după “direcțiile”  $(X, Y, Z, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z)$ ;

d) din analiza valorilor din tabelul 4, se pot pune în evidență trei frecvențe proprii grupate în domeniul 1,1÷1,2 Hz, alte două frecvențe proprii în intervalul 15,6÷16,3 Hz și a șasea frecvență proprie cu o valoare mult mai mare (26,69 Hz); acest mod de grupare a frecvențelor proprii și diferențele mari de intervale pot fi explicate prin diferențele mari ale valorilor coeficienților de

rigiditate ale reazemelor din neopren armat: rigiditatea verticală (după axa Cz – compresiune) este mult mai mare decât rigiditatea în planul orizontal xCy (forfecare);

e) din analiza valorilor din tabelul 5 (modurile proprii pentru întregul viaduct), se pot pune în evidență două intervale ale frecvențelor proprii:

- trei frecvențe proprii în intervalul  $1,1 \div 1,2$  Hz
- trei frecvențe proprii în intervalul  $15,6 \div 16,8$  Hz

f) diferența între cele două modele, din punctul de vedere al modurilor proprii, constă doar în valorile semnificativ diferite ale frecvenței proprii a mișcării de galopare ( $\varphi_x$ ); aceasta se datorează în principal diferenței mari a momentelor de inerție.

## 5. BIBLIOGRAFIE

- [1] Bratu, P., “Vibrațiile sistemelor elastice”, Editura Tehnică, București, 2000
- [2] Bratu, P., “Izolarea și amortizarea vibrațiilor la utilajele de construcții”, Redacția publicațiilor pentru construcții, București, 1982
- [3] Bratu, P., “Sisteme elastice de rezemare pentru mașini și utilaje”, Editura Tehnică, București, 1990
- [4] Bratu, P., Drăgan, N., “L'analyse des mouvements désaccouplés appliquée au modèle de solide rigide aux liaisons élastiques”, Analele Universității “Dunărea de Jos” din Galați, Fascicula XIV, 1997
- [5] Buzdugan, Gh., Fetcu, L., Radeș, M., “Vibrații mecanice”, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1982
- [6] Buzdugan, Gh., “Izolarea antivibratorie”, Ed. Academiei Române, București, 1993
- [7] Drăgan, N., “Contribuții la analiza și optimizarea procesului de transport prin vibrații - teză de doctorat”, Universitatea “Dunărea de Jos”, Galați, 2001
- [8] Harris, C.M., Crede, C.E., “Șocuri și vibrații” vol. I-III, Ed. Tehnică, București, 1967-1969
- [9] Inman, D., “Vibration with Control”, John Wiley and Sons Ltd., New Jersey, 2006
- [10] Rao, S., “Mechanical Vibrations” Fourth Edition, Pearson Education Inc., New Jersey, 2004
- [11] Rădoi, M., Deciu, E., “Mecanica”, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1977