

# COMPORTAREA DINAMICA A CONSTRUCTIILOR PLIATE DE MACARA SI INTERACTIUNEA LOR CU CALEA DE RULARE IN TIMPUL TRANSPORTULUI

Prof. univ. Dr. Ing. Sarbu Laurentiu  
Universitatea Tehnică de Construcții str. B-dul Lacul Tei nr.124 București  
Email : [laurentiusarbu\\_utcb@yahoo.com](mailto:laurentiusarbu_utcb@yahoo.com)

## *Summary*

This article deals with the dynamic behavior of a folded structure for building equipments during the transportation taking into account the construction elasticity as well as its excitation through the speed of the road. For this, a computation physical pattern was designed for the behavior in dynamic operation of the folded structure transported on the tired wheels followed by the auto lifting on site.

The folded structure consists of 3 hours linked together and altogether on the support through joints and springs that represent the cylinder rigidity on bending of the hydraulic cylinders used to handle it.

Equation system was calculated and the result is a biquadrate differential equation depending on the structure rotation against the support followed by graphically designing the obtained function and speed function respectively.

The dynamic coefficient resulted from the diagram analysis are used to construction safe transportation as well as at the beginning of its auto lifting. They match the indifferently stable behavior of the system resulting in the ratio values necessary to be reached by the three masses of the linked bars.

## **1. INTRODUCERE**

In timpul procesului de rulare al vehiculelor au loc deformatii insotite de pierderi de energie atât ale roții cât și ale drumului. Ca atare se impun limite de greutate la vehiculele grele, pe baza greutateii statice repartizate pe axe și a configurației axelor. Rolul acestor limitări este de a minimiza deteriorarea drumurilor generate la deplasarea vehiculelor grele.

Articolul isi propune stabilirea unor modele fizice de calcul pentru sistemul alcatuit din bare articulate pliate care corespunde constructiei metalice a unor macarale turn in stare pliata in timpul transportului, autoridicatoare, folosite in constructii . Deplasarea lor se face fie ca remorca tractata pe roti cu pneuri (v.figura 1) [4,5]. In figura 1,a este prezentata macaraua turn hidraulica automata SMH-322 Triverter 444. Pe baza modelului fizic conceput, prezentat mai jos in figura 2, se poate face o modelare a constructiei transportate, si respectiv a solicitarii cai de rulare pe care se deplaseaza acaste tipuri de macarale pliate ca remorci.

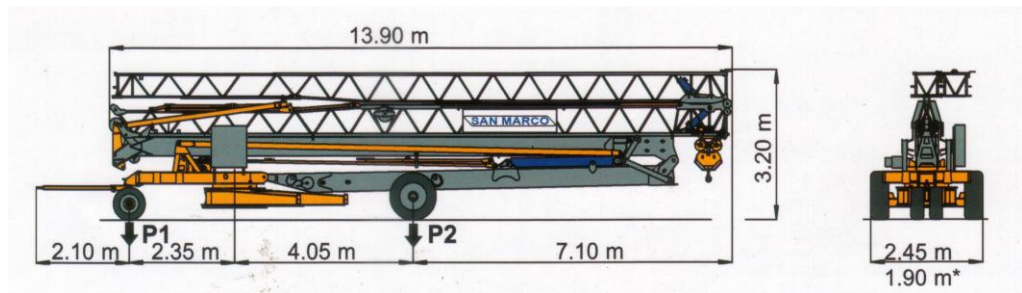


Fig.1

Modelul matematic a fost conceput cu ajutorul unui sistem de bare legate, cuplate unele de altele prin articulații și arcuri, care conlucrează prin legăturile lor la transportul vehiculului, prin variații ale încărcărilor dinamice pe punți și a vitezei date de excitația caili, sau la autoridicarea macaralei.

## 2.CONSTRUCȚIA MODELULUI

Modelul de calcul pentru transportul unei macarale turn pliate, conține 3 bare pliate rezemate pe două axe cu roți cu pneuri (vezi figura 2), care pot avea următoarea semnificație: primele două bare legate sunt elemente ale structurii chesonate a turnului pliat, iar cel de-al treilea element este structura brațului cu zăbrele, pliat și el în lateral, care se fixează la vârful turnului. În plus, la vârful brațului se găsește suspendată pe cabluri mufla cârligului care atârână liber în timpul transportului, și a cărei masă se consideră înglobată în cea a brațului.

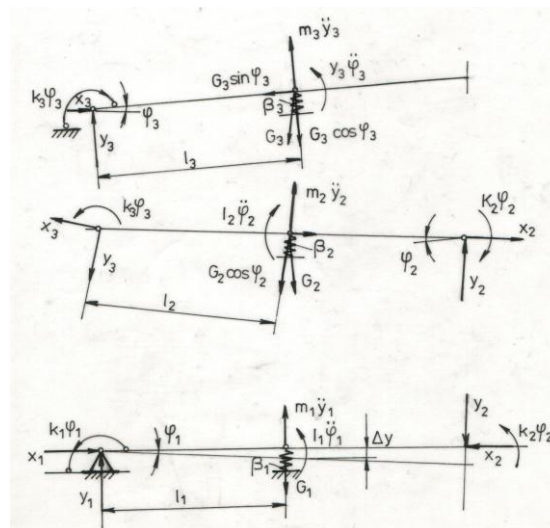


Fig.2.

Modelul matematic, urmărește comportarea dinamică a structurii pliate alcătuită din tronsoanele de turn și braț, soluție utilizată în timpul efectuării transportului pentru macaralele turn cu capacitate mică de ridicare folosite la lucrări de construcții.

Asupra barelor acționează forțele de greutate ale tronsoanelor, care sunt preluate de rigiditatea structurii prin deformația elastică a barelor pe direcția centrelor de greutate, și respectiv, forțele de inerție, și momentele de inerție determinate în raport cu capătul inferior al tronsonului de bară menționat.

Forțele de inerție și momentele de inerție corespunzătoare tronsoanelor legate, acționează în centrele lor de greutate. Modelul în ansamblu său, respectă condiția de stabilitate a lanțului de bare articulate în sens Liapunov.

Se consideră elasticitatea tronsoanelor, pe direcția centrelor lor de greutate, în condiții de transport.

### 3. MODUL DE REZOLVARE AL PROBLEMEI

S-au scris ecuațiile diferențiale de mișcare pentru fiecare bară în parte împreună cu legăturile ei, figura 2.

$$\begin{cases} -\frac{4}{3} m_3 l_3^2 \ddot{\psi}_3 + (k + \beta_3 l_3^2) \psi_3 = 0 \\ -\frac{2}{3} m_2 l_2^2 \ddot{\psi}_2 + (k + \beta_2 l_2^2) \psi_2 = 0 \\ -\frac{2}{3} m_1 l_1^2 \ddot{\psi}_1 + (k + \beta_1 l_1^2) \psi_1 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Rezolvând împreună sistemul de ecuații diferențiale în raport cu rotirea articulației reazemului notată cu  $\psi_1$ , a rezultat o ecuație diferențială de ordinul 4 cu coeficienți constanți neomogenă, de forma:

$$\begin{aligned} & -\frac{4m_1 m_2 l_1^2 l_2^2}{k} \ddot{\psi}_1 + \left[ \frac{2 l_1^2 l_2^2}{3 k} (m_1 \beta_1 + m_2 \beta_2) + \frac{2}{3} m_1 l_1^2 + \frac{4}{3} m_1 l_1 l_2 \right] \ddot{\psi}_1 - \\ & - \left[ \beta_1 (l_1^2 + 2l_2^2) - \beta_1 l_1 l_2 + \frac{\beta_1 \beta_2 l_1^2 l_2^2}{k} \right] \psi_1 + k \psi_3 + 2Y_1 l_1 \left( 1 + \frac{l_1}{l_2} + \frac{\beta_2 l_2^2}{k} \right) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Această ecuație diferențială cu coeficienți constanți admite o soluție generală de tipul:

$$\psi_1 = e^{\bar{kt}}$$

Înlocuind în ecuația diferențială (2), soluția generală de tipul  $e^{\bar{kt}}$ , rezultă ecuația caracteristică a membrului stâng a ecuației diferențiale (2), de forma:

$$AK^4 + BK^2 + C = 0$$

Notăm:  $K^2 = U$ , rezulta:  $AU^2 + BU + C = 0$  (4)

Pentru ecuația caracteristică, s-a calculat discriminantul, care definește rădăcinile ecuației barelor legate cu masele  $m_1$  și  $m_2$  cu lungimile  $l_1$  și  $l_2$ , coeficienții  $\beta_1$  și  $\beta_2$  și respectiv, rigiditățile cilindrice la încovoiere  $K$  de forma:  $4AC - B^2$  unde:

$$\begin{aligned} A &= \frac{4m_1 m_2 l_1^2 l_2^2}{k} \\ B &= \frac{2 l_1^2 l_2^2}{3 k} (m_1 \beta_1 + m_2 \beta_2) + \frac{2}{3} m_1 l_1^2 + \frac{4}{3} m_1 l_1 l_2 \\ C &= \beta_1 (l_1^2 + 2l_2^2) - \beta_1 l_1 l_2 + \frac{\beta_1 \beta_2 l_1^2 l_2^2}{k} \end{aligned} \quad (5)$$

Dacă  $4AC - B^2 > 0$ , atunci se obțin rădăcini complexe iar echilibrul sistemului de bare este de tipul neutral stabil. Soluția de acest tip de rădăcini se poate aplica la ridicarea construcției macaralei. Pentru translația macaralei în stare pliată s-au pus condițiile necesare pentru modelului dinamic, care, se obține pentru, echilibrul stabil. Din calcul a rezultat un raport al maselor ( la limită) de forma:  $m_2 = 0.32m_1$

Radăcinile ecuației (4) sunt date de relațiile:

$$U_1 = -\frac{\beta_1}{m_1} \left[ \frac{-8,64 + \sqrt{1,12}}{7,68} \right];$$

$$U_2 = -\frac{\beta_1}{m_1} \left[ \frac{-8,64 - \sqrt{1,12}}{7,68} \right] \quad (6)$$

Raportul 0,32 dintre primele două mase, ale sistemului legat, este valabil în condițiile egalității lungimii barelor, a constantelor de elasticitate, și respectiv, a rigidităților cilindrice la încovoiere a arcurilor de legătură, care reprezintă în cazul modelului din figura 1, tronsoanele pliate ale turnului de macara.

Soluția particulară a rotirii barei corespunzătoare brațului cu zăbrele, notată prin masa 3 este:

$$\psi_3 = A \cos \sqrt{\frac{3(k+\beta_3 l_3^2)}{4m_3 l_3^3}} \cdot t - B \sin \sqrt{\frac{3(k+\beta_3 l_3^2)}{4m_3 l_3^3}} \cdot t \quad (7)$$

Soluția particulară (7) corespunde unghiului de rotire la brațul  $\psi_3$ , din membrul drept al ecuației diferențiale (2). Se ia în calculul soluției generale (8), care exprimă legea de rotire mesei legate  $\psi_1$  la suportul de transport.

$$\psi_1 = A_1 \cos \frac{\beta_1}{m_1} \left[ \frac{-8,64 + \sqrt{1,12}}{7,68} \right] \cdot t - B_1 \sin \frac{\beta_2}{m_2} \left[ \frac{-8,64 - \sqrt{1,12}}{7,68} \right] \cdot t -$$

$$-\frac{2}{3} \frac{y_1 \beta_1}{3m_1 m_2 l_1} + A_2 \cos \sqrt{\frac{6}{4} \frac{\beta_3}{m_3}} \cdot t - B_2 \sin \sqrt{\frac{6}{4} \frac{\beta_3}{m_3}} \cdot t + \frac{C_I}{A} \quad (8)$$

Valoarea unghiului static de rotire este dată de raportul dintre constanta  $C_I$  din membrul drept, și coeficientul A al ecuației diferențiale exprimată în funcție de unghiul  $\psi_1$

$$\frac{C_I}{A} = -\frac{2y_1 l_1 \left( 1 + \frac{l_1}{l_2} + \frac{\beta_2 l_2^2}{k} \right)}{\beta_1 (l_1^2 + 2l_2^2) - \beta_1 l_1 l_2 + \frac{\beta_1 \cdot \beta_2 l_1^2 l_2^2}{k}}; \quad \frac{C_I}{A} = C_I \quad (9)$$

Pentru soluția de rotire  $\psi_1$ , s-au pus condițiile inițiale, care corespund pentru sistemul de bare pliate, legate prin articulații și arcuri, valabil în condiții de transport pentru o macara turn în stare pliată.

Se consideră condițiile inițiale pentru soluția (8) și primele sale trei derivate de forma :

$$\text{La } t=0 \quad \psi_1(0) = 0 \quad \dot{\psi}_1(0) = \frac{v}{r} \quad \ddot{\psi}_1(0) = 0 \quad \dddot{\psi}_1(0) = 0 \quad (10)$$

Sistemul de ecuații algebrice care conțin constantele de integrare este de forma :

$$A_1 + A_2 + C_I = 0;$$

$$-b_1 B_1 - b_2 B_2 = \frac{v}{r};$$

$$a_1^2 A_1 - a_2^2 A_2 = 0;$$

$$b_1^3 B_1 - b_2^3 \cdot B_2 = 0 \quad (11)$$

Rezolvând împreună sistemul de ecuații algebrice (11) în funcție de condițiile inițiale (10), vor rezulta expresiile constantelor de integrare  $A_1, A_2, B_1$  și  $B_2$  date de relațiile (12) și (13)

$$A_1 = -\frac{C_I a_2^2}{a_1^2 + a_2^2}; \quad A_2 = -\frac{C_I \cdot a_1^2}{a_1^2 + a_2^2} \quad (12)$$

$$B_1 = \frac{v}{r} \cdot \frac{b_2^2}{b_1} \cdot \frac{1}{b_1^2 - b_2^2}; \quad B_2 = -\frac{v}{r} \cdot \frac{b_1^2}{b_2} \cdot \frac{1}{b_1^2 - b_2^2} \quad (13)$$

unde:

$$a_1 = \frac{\beta_1}{2,56m_1} \cdot \frac{-8,64 + \sqrt{1,12}}{3}; \quad b_1 = \frac{\beta_1}{2,56m_1} \cdot \frac{-8,64 - \sqrt{1,12}}{3}$$

$$a_2 = b_2 = \sqrt{\frac{6}{4}} \cdot \sqrt{\frac{\beta_3}{m_3}}$$

Dacă discriminantul ecuației caracteristice îndeplinește condiția:  $\Delta = B^2 - 4AC > 0$ , rădăcinile sunt reale și distincte sistemul este complet stabil. Dacă  $U_1, U_2 \in \mathbb{R}$  sunt îndeplinite relațiile lui Viète.

$$U_1 + U_2 = -\frac{B}{A}; \quad U_1 \cdot U_2 = -\frac{C}{A}$$

#### 4. COMENTARIU ASUPRA POSIBILITĂȚILOR OFERITE DE MODELUL DINAMIC PROPUȘ PENTRU COMPORTAREA CONSTRUCȚIEI METALICE PLIATE A MACARALEI ÎN TIMPUL TRANSPORTULUI

S-a modelat o structură de macara turn în poziție de transport, de tipul celor prezentate în figura 1. Sistemul de ecuații pentru barele legate care reprezintă construcția pliată a macaralei turn, din figura 2, s-a redus la legătura suportului, de care este fixată axa din față a vehiculului de transport format. În această lucrare, nu s-a luat în considerare modelul matematic al suspensiei de tip hidromecanic care se poate folosi la axele vehiculului de transport deoarece la viteze mici această construcție pentru suspensie nu se folosește (nu este economică).

Corpul vehiculului transportat reprezintă însăși construcția metalică pliată a macaralei.

Modul de intrare a vitezei de excitație a căii de rulare, asupra construcției, este dat pe baza raportului dintre putere și încărcarea pe roată la nivelul pneului, stabilită pe o scară convenabilă a puterii.

Valoarea menționată în literatura de specialitate este cuprinsă în domeniul 2...6 [2]. Pentru analiza siguranței construcției, soluția particulară a legii de rotație  $\psi_1$ , conține în expresia sa, valoarea reacțiunii verticale a căii care apare în articulația  $y_1$ . În exemplul considerat, s-a calculat rotația statică  $\psi_{1st} = -1,508$ . Pe baza valorilor obținute pentru rotația  $\psi_1$  s-au trasat graficele din figura 3.

Influența excitației căii de rulare, în [2], ia în considerare modul de generare aleator al parametrilor profilului drumului, care acționează prin viteza de excitație a căii asupra construcției macaralei.

Fenomenul de producere a deteriorării căii de rulare apare din încărcările date de oscilația structurii elastice a construcției pliate și viteza de excitație a drumului, asupra vehiculelor grele care se deplasează. Deteriorarea drumurilor este determinată de încărcările ciclice din partea acestor vehicule, care este cuantificată de relația de legătură dintre putere la nivelul roților și prin creșterea mărimii forței de presiune a pneurilor asupra drumurilor, cu precizarea scării în care s-a făcut reprezentarea puterii. Folosind excitația drumului prin viteză, s-au determinat coeficienții  $B_1$  și  $B_2$  care intervin în soluția ecuației  $\psi_1$ , prin derivatele sale de ordin 1 și 3.

Valoarea vitezei de excitație a drumului s-a luat în intervalul cuprins între 2...6, iar raza pneului la roțile din față 0,4m.

#### 5. REZULTATUL MODELĂRII

Valorile unghiului de rotație  $\psi_1$ , pentru sistemul elastic de bare pliate, au fost calculate pentru  $t = 300$  sec. Cu aceste valori s-a trasat graficul din figura 3, cazul I.

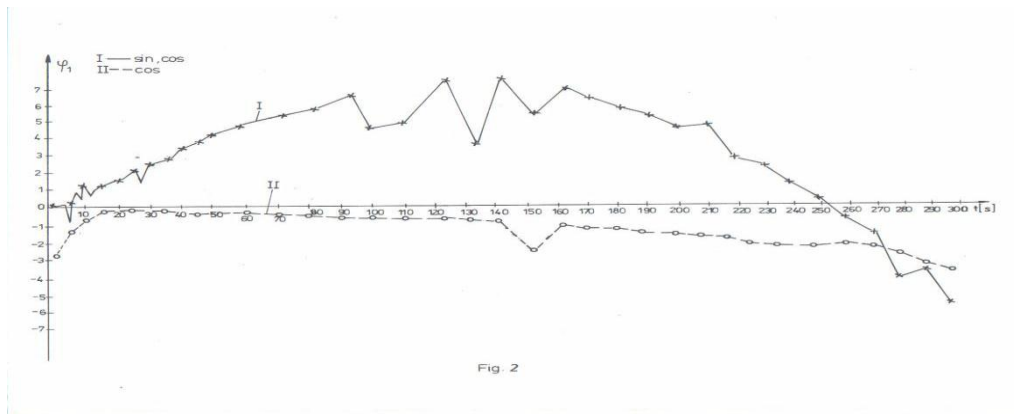


Fig. 2

Fig.3

S-a calculat factorul dinamic ( $F_d = \psi_{1max} / \psi_{1st} = 4,84$ ), pentru oscilația rotirii legăturii construcției, fig.3, curba I, in functie de excitatia prin viteza a caii de rulare.

Pe figura 3, curba II, s-a determinat coeficientul dinamic al construcției  $C_d$ , fara influenta excitatiei caii, considerat aici ca raport intre oscilatia de baza a construcției de tip cosinusoidal si rotirea sa statica,  $C_d = 2,512$ .

Cu el se poate majora valoarea rigidității cilindrice la încovoiere a legaturilor construcției.

La deplasare, folosind de exemplu durata oscilațiilor maxime din fig. 3, și lungimea rugozității profilului căii de aproximativ 6xl, care corespund cu viteza de excitație a căii de 2m/s, s-a determinat valoarea B, când se acceptă distribuția dreptunghiulară a profilului căii (+B,-B) cu probabilitatea de distribuție 1/2B, dată prin relația [2]:

$$B = \sqrt{\frac{3 \cdot A \cdot v \cdot 3.14}{\Delta t}} \quad 3,544 \text{ m/s} \quad (12,7584 \text{ km/h}), \quad (14)$$

In care:

A - lungimea profilului rugos al căii , în m

v- viteza de excitație a căii de rulare, în m/s

$\Delta t$  - valoarea intervalului de timp, în s.

Valoarea calculata cu relatia (14), dimensional este o viteza, si corespunde modelului de calcul analizat si graficelor trasate in fig.3 si 4.

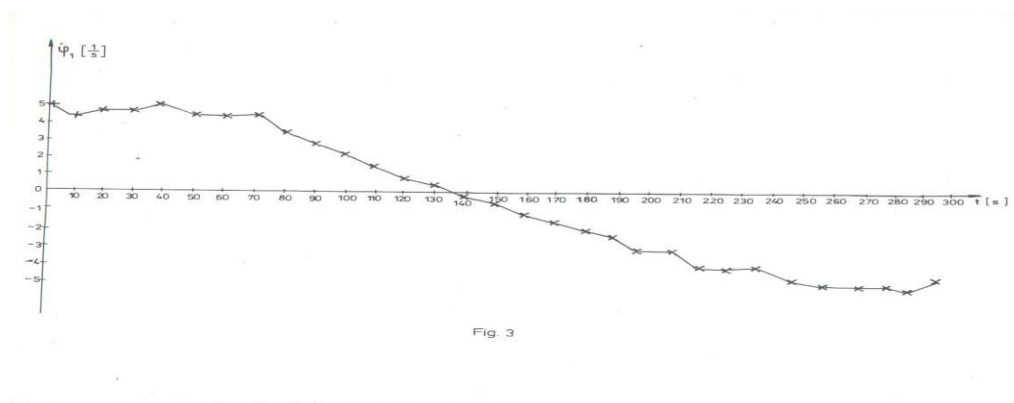


Fig. 3

Fig.4

In figura 4, este prezentată variația în timp a vitezei de rotire a legăturii construcției  $\psi_1$  in timpul deplasării utilajului.

Graficul din figura 4, a fost trasat pentru viteza de rotire a barelor pliate produsă de excitația căii, unde solutia este detereminata de condițiile inițiale (10), aplicate derivatelor de ordinul unu și trei.

Dacă B este determinat, valoarea pantei denivelării corespunde cu densitatea spectral de putere care se determină cu relația [2]:

$$N' = 2BN \quad (17)$$

Valoarea  $N'$  este excitația căii prin putere. Scara parametrului B de număr întâmplător arată amplitudinea pentru viteza de excitație a căii. Aici N corespunde cu încărcarea pe puntea din fata ( $N=Y_1$ ). Considerând că probabilitatea de distribuție a forței N respectă distribuția Gaussiană.

Dacă se analizează rotirea structurii cu ajutorul graficului din figura 3, curba II, soluția rotirii structurii este de tip cosinusoidal.

## 6.EXEMPLU DE CALCUL

Schema de calcul concepută pentru construcția macaralei turn transportată în stare pliată este dată în figura 2. Se considera următoarele date initiale alese în mod arbitrar: masa totală transportată este de 11t, iar repartizarea pe punți  $Z_1=2t$  și  $Z_2=9t$ . Coordonatele centrului de greutate sunt:  $a=8,5m$  și  $b=1,5 m$ . Masa  $m_1$  este alcătuită din structura de sprijin a macaralei, platformă rotitoare, mecanisme, și tronson de bază turn.

Masa  $m_2$  este reprezentată de tronsonul 2 al turnului.

Masa  $m_3$  este reprezentată de brațul cu zăbrele al macaralei și mufla cârligului.

$m_2 = 0.32 m_1$ ,  $m_3=0.33m_2$ , constanta de elasticitate s-a luat pentru cele 3 bare 3958 N/m.

Deformațiile liniare corespunzătoare sunt:  $y_1=0,02mm$ ,  $y_2=0,0064mm$  și  $y_3=0,002mm$ . Lungimea  $l_1=l_2=l_3=l$  s-a luat egală cu 10 m. Rigiditatea cilindrică la încovoiere  $K=\beta l^2$

Valorile coeficienților constantelor de integrare calculate cu relațiile (12) și (13) sunt:

$A_1=1,457$ ;  $A_2= 0,051$ ;  $B_1= 8,204$ ;  $B_2= 0,113$ .

Pulsațiile corespunzătoare maselor  $m_1$ ,  $m_2$  sunt:  $\omega_1 = -0,6465$ ;  $\omega_2 = - 0,5054$ .

Puterea de excitație transmisă căii, este calculată cu relația (15).

Dacă pulsațiile proprii  $\omega_1$  și  $\omega_2$  sunt calculate cu relațiile:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{\beta_1}{m_1} \left[ \frac{8,64 + \sqrt{1,12}}{7,68} \right]}; \omega_2 = \sqrt{\frac{\beta_1}{m_1} \left[ \frac{8,64 - \sqrt{1,12}}{7,68} \right]} \quad \left[ \frac{1}{s} \right] \quad (16)$$

ele au valorile  $\omega_1 = 0,6477$  și  $\omega_2 = 0,5064$  și respectă dimensional rotirea  $\varphi_1$  a construcției.

În acest caz, valorile constantelor de integrare sunt:  $A_1=1,426$ ;  $A_2= 0,08187$ ;  $B_1= - 10,2335$ ;  $B_2= 0,0676$ .

În funcție de valorile constantelor de integrare se obține graficul rotirii rotirii  $\psi_1$  din figura 5, curba I, iar pentru  $\dot{\psi}_1$  graficul vitezei rotirii construcției din figura 6.

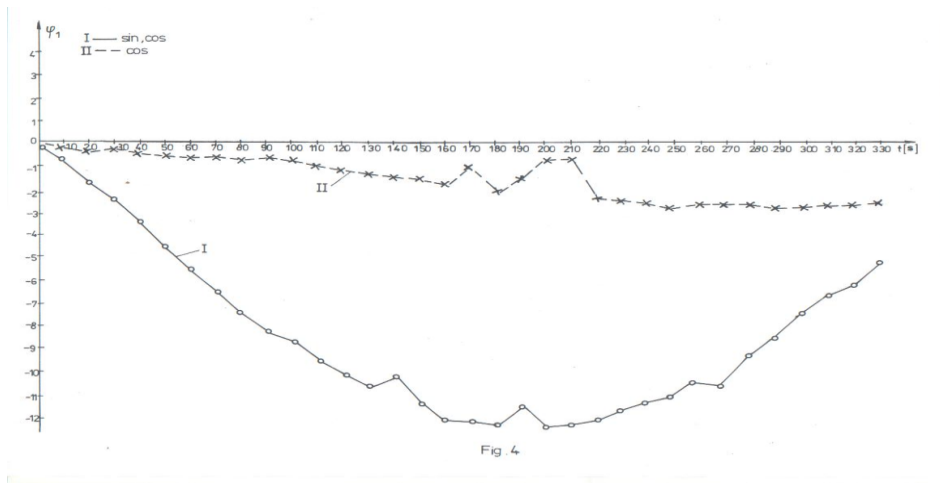


Fig.5

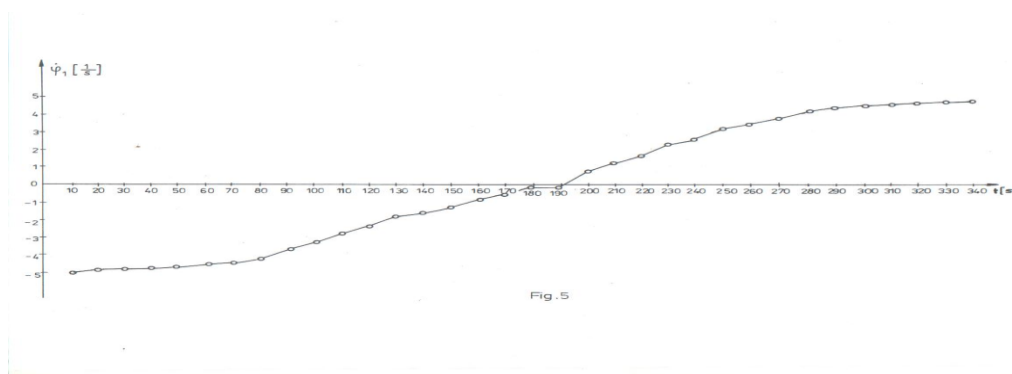


Fig.6

Factorul dinamic al oscilației din figura 5 este  $(12,386/-1,508) = 8,2135$ .

Pentru valorile pulsațiilor negative, sistemul este stabil iar factorul dinamic al oscilației construcției este  $7,3 / I - 1,508 I = 4,84$  (vezi Cazul I analizat, Fig.3, curba I).

Folosind valorile pulsațiilor proprii calculate cu ajutorul relațiilor (16) se respectă dimensional legea rotirii  $\psi_1$  corespunzătoare condițiilor de solicitare extremă a construcției în timpul transportului (fig.5, curba I). Factorul dinamic al oscilației construcției aici este mai mare 8,2135.

Puterea transmisă căii de rulare de acțiunea roților vehiculului este exprimată cu ajutorul valorilor vitezei  $\dot{\psi}_1$  calculate pe baza graficelor din figurile 4 și 6.

$$P = \frac{Mr \cdot \omega}{1000} = \frac{880Nm \cdot 5rad/s}{1000} = 4,4kW$$

unde  $Mr$  – este momentul de rezistență la rulare al vehiculului

$$Mr = Fr \cdot r = f \cdot G \cdot r = 0,02 \cdot 11000 \cdot 10 \cdot 0,4 = 880Nm$$

unde  $f$  – este coeficientul de rezistență la rulare al drumului;

$G$  – greutatea vehiculului;

$r$  – raza roții.

## 7. CONCLUZII FINALE



In concluzie, trebuie optimizate caracteristicile geometrice de siguranță ale construcției ca: rigiditatea componentelor structurii, viteza de excitație a drumului, viteza de transport și solicitarea transmisă căii de rulare, astfel încât, toate acestea împreună se pot fi analizate cu ajutorul modelului fizic aplicat construcției de macara.

*In funcție de caracteristicile calculate, pentru o construcție dată, se pot alege coeficienții de calcul adecvați și parametrii de exploatare optimi pentru transport.*

Modelul propus, și condițiile impuse permit o analiză asupra parametrilor care influențează transportul și montarea macaralelor turn ușoare de acest tip, adică: mase, lungimi ale tronsoanelor de brațe, coeficienților de rigiditate și sisteme de fixare a componentelor structurii.

Modelul fizic se poate adapta și pentru alte construcții pliate folosite la utilaje, de exemplu brațe pliate la pompe de beton.

Coeficienții dinamici obținuți se pot lua în calcul pentru siguranța construcției supuse la solicitări specifice la transport și montaj.

## **Bibliografie**

- [1] Buzdugan, Gh., s.a. – Manualul inginerului mecanic, materiale, rezistența materialelor, stabilitate elastică, vibrații, Editura Tehnică, București.
- [2] George W. Burkett, John T. McDonald, and Steven A. Velinsky- Dynamic Road Simulation of Transportable Cranes, Mechanics Based Design Structures and Machines Vol. 12 no.1, pp 329-362, 2004.
- [3] Sarbu, L.- Observații asupra stabilității brațelor de macara și a sistemului de asistență electronică a telescopării, Partea I+II, Al XII-lea Simpozion Național de Mecanica Ruperii, 3-4 noiembrie 2006, Secțiunea a II-a Metode numerice și experimentale; Secțiunea a IV-a Oboseala materialelor, Universitatea Valahia din Targoviste, Asociația Română de Mecanica Ruperii.
- [4] x x x - Automatic hydraulic crane, SMH 322 Triverter 444, San Marco International, 3p.
- [5] x x x – Technical Data, Linden COMANSA, Construcciones Metalicas Comansa S.A., Spain
- [6] x x x – Prospecte pentru macarale turn care se transporta în stare pliata Liebherr.
- [7] x x x - Standarde FEM 1001 /87 și DIN 15018/84.

