

OBSERVAȚII ASUPRA PIERDERII STABILITĂȚII PLĂCILOR CURBE CARE ALCĂTUIESC STRUCTURA BENELOR CU FUND ROTUNJIT

Sârbu Lurențiu, prof.univ.dr.ing.
Facultatea de Utilaj Tehnologic, Universitatea Tehnică de Construcții București
e-mail: laurentiusarbu_utcb@yahoo.com

Introducere

Au existat situații în care unele benele cu fund semirotund au suferit fisuri și rupturi în zona învelișului semirotund care face racordarea între placa de fund și pereții verticali laterali (v. fig.1 și 2). Accidentul s-a produs pe timpul staționării mașinilor fără încărcătură, pe timp friguros (aprox. $-25-30^{\circ}\text{C}$). S-a constatat o “pliere a învelișului” subțire asemănător cu cel al câmpului de tensiune ideal la panourile curbe supuse la compresiune. Placa din oțel Hardox în zona de curbură în momentul producerii rupturii măsura 5 mm grosime în urma uzurii suferite în exploatare, față de grosimea inițială de 8mm.



Fig.1



Fig.2

1.Cedarea structurilor (plăcilor curbe care le compun) prin instabilitate elastică. Definiții [6]: Placa este o porțiune din înveliș – plană sau curbă – cuprinsă între două elemente de întărire longitudinale și transversale. Calculul de rezistență al panourilor de înveliș se bazează pe fenomenul instabilității elastice care apare la astfel de elemente subțiri, sub acțiunea sarcinilor din planul lor - care le obligă să lucreze total sau parțial la compresiune cu forfecare. Fenomenul instabilității elastice capătă în mod particular la învelișuri sau plăci subțiri, forma de plisaj sau cute caracteristice fiecărui fel de încărcare (de compresiune, forfecare, încovoiere).

Sarcina critică la care se produce pierderea stabilității elastice a învelișului – nu constituie nicidecum sarcina de rezistență a panoului de invelis.

Elementul structural care încadrează învelișul plisat continuă să încaseze sarcini sensibil superioare acestei sarcini.

2. Bazele teoretice ale fenomenului de instabilitate elastică a învelișului subțire. Ecuațiile de echilibru ale plăcilor izotrope plane [5,6].

Se va examina o placă plană izotropă în următoarele cazuri de încărcare:

a)- cazul în care acționează numai sarcini aplicate pe frontierele (marginile) plăcii coplanare cu suprafața sa mediană, are loc o redistribuire plană de tensiuni. Se consideră o distribuție uniformă a tensiunilor pe grosimea plăcii a eforturilor unitare (pe unitatea de lungime a elementului de placă) rezultate:

$$f_x = t \cdot \sigma_{xx}; f_y = t \cdot \sigma_{yy}; q = f \cdot \sigma_{xy} \quad (1)$$

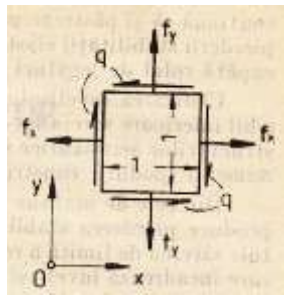


Fig.3

În fig.3 este arătat un modul cum sunt aplicate aceste eforturi pe laturile unui element dreptunghiular al suprafeței mediane a plăcii, în cazul absenței forțelor masice:

$$\frac{\partial f_x}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial f_y}{\partial y} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

constituind o problemă plană pentru determinarea tensiunilor.

b)- cazul în care placa este încărcată cu o sarcină transversală: din totalitatea eforturilor care apar numai momentele încovoietoare și de răsucire preiau și forțe tăietoare:

$$\nabla^4 W = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{2\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} = \frac{P}{D} \quad (3)$$

unde $w(x,y)$ este deplasarea perpendiculară pe suprafața mediană a plăcii variabilă în raport cu coordonatele x și y . Utilizând notațiile u_x, u_y, u_z pentru deplasări avem

$$w = u_z \quad (4)$$

aici notația w este păstrată pentru deplasarea normală a plăcii, întrucât această notație este adoptată unanim în teoria plăcilor; $p(x,y)$ este sarcina perpendiculară pe suprafața plăcii, în general variabilă în raport cu x și y .

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)}, \quad (5)$$

este rigiditatea de încovoiere a plăcilor, unde t este grosimea plăcii; E, μ – constantele elastice ale plăcii izotrope.

Toate mărimile stării de solicitare pot fi exprimate în raport cu deplasarea w :

-Momentele încovoietoare și de răsucire:

$$\begin{aligned} M_x &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_y &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} &= D(1 - \mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (6)$$

-Forțele tăietoare

$$\begin{aligned} Q_x &= \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial x} = -D \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ Q_y &= \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = -D \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

c)- *cazul încărcării simultane cu forțe transversale și coplanare suprafeței mediane.* Când deplasările sunt mici cele două stări de tensiune – plană și de încovoiere – pot fi analizate separate și efectul acțiunii lor simultane se apreciază prin suprapunerea tensiunilor corespunzătoare eforturilor f_x , f_y și q și cu cele corespunzătoare momentelor M_x , M_y , M_z .

Când deplasările transversale w sunt mari, fiind de același ordin de mărime cu dimensiunile plăcii, cum este cazul pierderii stabilității elastice există o interacțiune a tensiunilor și deformațiilor celor două stări. În acest caz, ecuația rezolvată este:

$$\nabla^4 W = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{2\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} = \frac{1}{D} \left(P + f_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2q \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (8)$$

Energia potențială a plăcii în cazul încovoierii și compresiunii[1].

În cazul unei stări de tensiune combinate (încovoiere+compresiune) datorită unor forțe coplanare cu suprafața mediană a plăcii, aplicate pe marginile plăcii, energia potențială a forțelor interioare este cea produsă de solicitarea de încovoiere

$$U_{int} = \frac{1}{2} D \iint_S \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1 - \nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy \quad (9)$$

unde integrala dublă se extinde pe întreaga suprafață a plăcii, iar lucrul mecanic al forțelor aplicate (în absența sarcinilor transversale) este:

$$W_e = -\frac{1}{2} \iint_S \left[f_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + f_y \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + 2q \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right] dx dy \quad (10)$$

Pierderea stabilității (flambajul plăcilor). Pentru determinarea sarcii critice de pierdere a stabilității plăcii se aplică metoda energetică. Variația energiei potențiale a forțelor interne U_{int} și variația lucrului mecanic al forțelor aplicate W_e , rezultă din ecuațiile (9) și (10), în care deplasarea w este interpretată ca o deplasare virtuală. Sunt posibile următoarele situații:

- a)- $\delta U_{int} > \delta W_e$ - starea de echilibru plan este stabilă;
- b)- $\delta U_{int} < \delta W_e$ - starea de echilibru este instabilă;
- c)- $\delta U_{int} = \delta W_e$ - starea de echilibru neutru, care marchează trecerea din domeniul stabil în cel instabil, corespunde sarcinii minime la care poate apare pierderea stabilității (sarcinii critice). Sarcina critică de pierdere a stabilității (flambajul) plăcii se determină din condiția egalității relațiilor (9) și (10).

$$-\frac{1}{2} \iint_S \left[f_x \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + f_y \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2q \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right] dx dy =$$

$$= -\frac{D}{2} \iint_S \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy \quad (11)$$

Rezolvarea ecuației (11) pentru diferite configurații ale plăcii și diferite condiții de fixare permite determinarea sarcinilor critice constând din forțele f_x , f_y , q coplanare la suprafața mediană și aplicate pe marginile plăcii.

3. Pierderea stabilității elastice a plăcilor plane și curbe în diferite cazuri de solicitare [9].

În fig.4 și 5 sunt arătate plăci dreptunghiulare supuse la diferite solicitări precum [5]: - (fig.4) compresiune simplă; și (fig.5) -a) biaxială; b)- forfecare; c)- încovoiere.

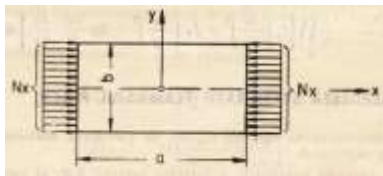


Fig.4

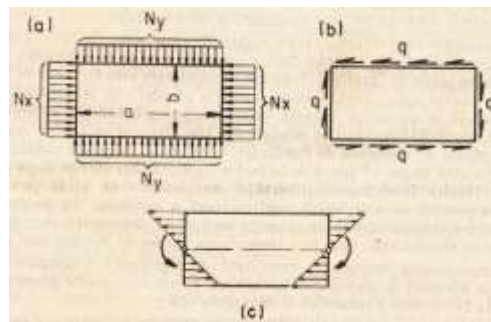


Fig.5,a,b si c

Pentru compresiune simplă rezultă expresia sarcinii de compresiune N_x de forma:

$$N_x = \frac{\pi^2 \cdot a^2 \cdot D \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn}^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)}{\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} m^2 C_{mn}^2} \cdot b \quad (12)$$

Coefficienții C_{mn} trebuie să fie determinați astfel ca să avem o valoare minimă pentru N_x , adică toți coeficienții C_{mn} ($m = 1, 2, \dots$, $n = 1, 2, \dots$) cu excepția unuia singur să fie egali cu zero. Rezultă: Suprafața mediană deformată în cazul încovoierii plăcii simplu rezemate este dată cu ajutorul seriei trigonometrice duble,

$$W_{mn} = C_{mn} \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (13)$$

$$N_x = \frac{\pi^2 \cdot a^2 \cdot D}{m^2} \cdot \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \cdot b \quad (14,a)$$

$$f_x = \frac{\pi^2 \cdot a^2 \cdot D}{m^2} \cdot \left(\frac{m^2}{a^2} - \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \quad (14,b)$$

Această reducere este echivalentă cu presupunerea că, forma flambajului este de formă sinusoidală pe ambele direcții (x și y) Valorile minime pentru f_x se obțin pentru $n=1$.

$$(f_x)_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot D}{a^2} \cdot \left(m + \frac{1}{m} \cdot \frac{a^2}{b^2} \right)^2, \quad (15)$$

corespunde unei forme de flambaj care cuprinde un număr de seminude pe direcția longitudinală x , și o singură semiundă pe direcția transversală aplicării sarcinii f_x .

Numărul de semiunde m condiționează valoarea minimă posibilă a sarcinii $(f_x)_{cr}$ în funcție de raportul laturilor a/b . Pentru a evalua acest factor expresia (8) funcție de (5) este:

$$(f_x)_{cr} = K \cdot \frac{\pi^2 \cdot D}{a^2} = K \cdot \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \cdot \frac{t^3}{b^2}, \quad (16)$$

unde: $K = \frac{b^2}{a^2} \cdot \left(m + \frac{1}{m} \cdot \frac{a^2}{b^2}\right)^2$, este un coeficient care depinde de m și de raportul a/b.

Tensiunea critică de pierdere a stabilității elastice rezultă din împărțirea lui $(N_x)_{cr}$ relația (16), cu lățimea și grosimea plăcii:

$$(\bar{\sigma}_{xx})_{cr} = K \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12(1-\mu^2)} \cdot \left(\frac{t}{b}\right), \quad (17)$$

care este formula generală pentru calculul tensiunii critice de pierdere a stabilității elastice a plăcilor dreptunghiulare;

$$\text{unde } K = \frac{\pi^2}{12(1-\mu^2)} \cdot k \quad (18)$$

pentru $\mu = 0.3$, $K = 0,90380989k$. Diagrama $K = f(m, a/b)$.

La plăci foarte lungi cu creșterea raportul a/b, rezultă a/b = m (adică parametrul m tinde asimptotic către a/b, rezultă k = 4). Lungimea semiundelor se apropie de lățimea plăcii. Lungimea de semiundă λ după care se produce plisajul plăcii, precum și numărul de semiunde m sunt parametrii importanți care caracterizează modul de flambare. Pentru placa din fig.4 pierderea stabilității se caracterizează printr-o singură semiundă în sens transversal (n=1) și una sau mai multe seminude în plan longitudinal (m=1,2,...). În toate cazurile de flambaj simplu indicate în fig.5,a,b și c se aplică aceeași formulă generală (17) cu deosebirea că la fiecare caz de solicitare apare un alt coeficient K. Acest coeficient care ține seama de raportul a/b și condițiile de fixare a laturilor plăcii are valori și alțiura de variație diferită în fiecare caz de solicitare. Formula (17) este valabilă pentru plăci izotrope – caracterizate prin constanta elastică a materialului (utilizarea ei este extinsă până la limita de curgere, caracterizată prin $\sigma_{0,2}$ sau $\varepsilon_{0,2}$ [5]. Pentru a fi utilizată în domeniul plastic, în expresia (17) se înlocuiește modulul de elasticitate E cu modulul de elasticitate tangent E_t , sau prin introducerea unui coeficient de corecție η care ține cont de plasticitate.

În cazul general relația (17) se transcrie în felul următor[6]:

$$\bar{\sigma}_{cr} = \frac{\eta \cdot \bar{\eta} \cdot \pi^2 \cdot E}{12(1-\mu^2)} \cdot K \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (19)$$

1)-dacă flambajul are loc în domeniul elastic $\eta = 1$, $\bar{\eta} = 1$ (pentru table neplacata),

Coeficienții K sunt determinați prin calcul pentru condiții tehnice ideale privind fixările tipurilor de legături;

2)- laturi libere fără niciun reazem;

3)- laturi simplu rezemate sau articulate, la care legăturile exterioare permit o rotire liberă a laturii în jurul reazemului său, dar nu permit deplasări de translație;

4)- laturi încastrate, legăturile exterioare impun o fixare a laturilor atât împotriva rotirii cât și a deplasărilor de translație.

În condițiile reale ale structurii panourile de înveliș, care se întinde pe bordul lateral al benei, sunt construite cu elemente de întărire (lise, rigidizori la capete) care le încadrează, aceștia sunt factori de cea mai mare importanță care condiționează apariția pierderii de stabilitate inițială. Această interacțiune se apreciază ca o funcție a blocării libertății de mișcare de translație și de rotație a marginilor plăcii, produsă de elementele de rigidizare, chiar dacă în unele cazuri, această restringere este negativă (adică deformarea rigidizorului existent atrage după sine deformarea plăcii). Cele mai importante forme de blocare sunt [5,6]:

a)- **împiedicarea încovoierii, exercitate de rigidizorii longitudinali (lise)**, care în cazul benei reprezintă îmbinarea prin sudură dintre placa curbă și peretele lateral, pe direcția normală la planul plăcii, care are ca efect o sporire generală a rigidității de încovoiere a panoului în ansamblu (v.fig.2, structura de înveliș formată la partea superioară a plăcii curbe).

b)- **împiedicarea răsucirii: rigiditatea de răsucire a lisei are ca efect o restrângere împotriva mișcării de rotație a marginilor longitudinale ale plăcii.** Rigiditatea de răsucire a unei lise, îmbinarea sudată dintre plăcile menționate comprimate, se reduce proporțional cu sarcina de compresie și atunci când sub acțiunea acestei sarcini devine negativă se produce flambajul de răsucire al lisei (vezi foto fig.1). În aceste condiții, blocarea mișcării marginilor plăcii devine și ea negativă în raport cu modurile ei de plisare, care au o lungime de undă comparabilă cu distanța dintre două cadre (aici s-au format artificial pe invelis din cauza pierderii stabilității, v. fig.2)

c) – **împiedicări locale: rigidizorii longitudinali (legatura dintre plăcile sudate) au ca efect o împiedicare locală a mișcării de translație locală și de rotație pentru modurile de plisare cu semiunda comparabilă cu lățimea plăcii între rigidizori.** Fenomenul interacțiunii dintre diferite moduri de flambare ale rigidizorilor și plăcilor este pronunțat atunci când flambajul inițial al panoului se produce la valori ridicate de tensiune (de exemplu flambajul de încovoiere și cel local).

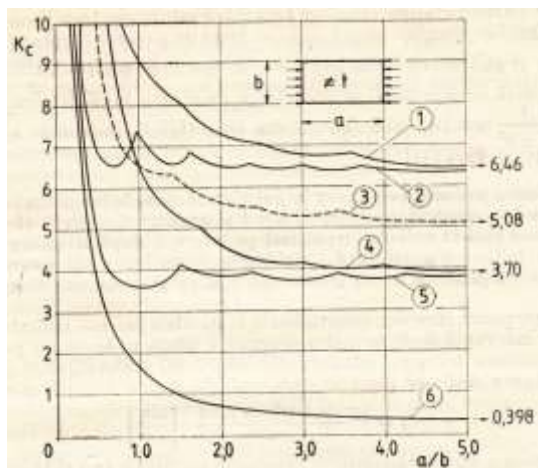


Fig.6

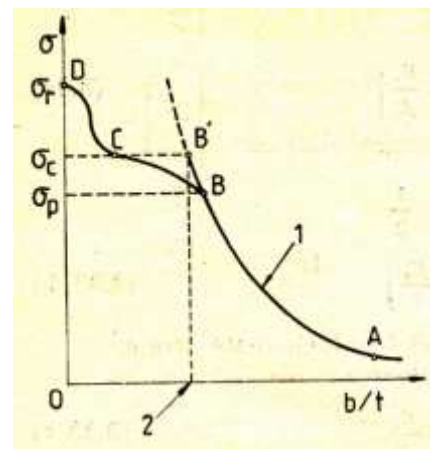


Fig.7

În fig.6 este reprezentată diagrama pentru determinarea coeficientului K_c de plisare la compresiune pentru plăci plane[6]: 1- laturile a, b - încastrate; 2- latura a încastrată, b -simplu rezemată; 3- laturile a, b semiîncastrate; 4- latura a rezemată, latura b încastrată; 5- laturile a, b simplu rezemate; 6- o latură (a) liberă, altă latură simplu rezemată.

Figura 7 reprezintă diagrama $\sigma = f(a/b)$ pentru determinarea domeniului de aplicabilitate a formulei lui Euler 1- curba $kE/(t/b)^2$; 2- $(b/t)_{\min}$ [6].

În afară de curbele $K_c = f(a/b)$ pentru plăci de diferite moduri de fixare a laturilor (încastrare, articulație, simplă rezemare și laturi libere), în fig.6 sunt trasate și curbele coeficienților pentru fixarea "semîncăstrată" a laturilor, care se situează la o distanță medie între curbele pentru plăci cu laturi încastrate și articulate. Astfel de legături sunt specifice structurii cu pereți subțiri de tipul înveliș rigidizat; flexibilitatea de răsucire a elementelor de rigidizare asigură o restrângere parțială, dar nu și o blocare complete a laturilor panourilor de înveliș. Gradul de restrângere depinde de rigiditatea panoului raportată la rigiditatea elementului de întărire. Din examinarea curbelor $K_c = f(a/b)$ din fig.6 se desprind următoarele concluzii[6]:

- Capacitatea de rezistență la plisare a plăcii depinde foarte mult de felul ghidajelor cu care sunt prevăzute laturile a : cu cât legăturile acestora sunt mai complete – încastrare în comparație cu legatura articulată și cu margini libere, cu atât capacitatea de rezistență a plăcii este mai mare;
- Lungimea a a plăcii, nu apare în mod explicit în formula tensiunii critice de plisaj (19), spre deosebire de formula pentru flambajul barelor unde această dimensiune este la puterea doi.

Influența lungimii plăci se exercită prin intermediul coeficientului k_c care este în funcție de raportul a/b ;

- La plăcile cu toate cele patru laturi ghidate – care se apropie cel mai mult de panourile de înveliș ale structurilor cu pereți subțiri, coeficientul k_c devine sensibil constant pentru raportul $a/b > 1$ și numai dimensiunea b – singură continuă să influențeze mărimea tensiunii critice de plisaj. Dimpotrivă pentru $a/b < 1$, crește rapid. Dimensiunea inferioară a laturilor plăcii, todeauna joacă rolul preponderant în formula tensiunii critice de plisaj. **O placă de lungime infinită are în mod practic aceeași rezistență la plisaj ca și o placă pătrată de aceeași lățime b .**

Limita domeniului de aplicabilitate a formulei (20) pentru $\eta = 1$ (zona elastică) corespunzătoare punctului B¹ pe curba plisajului din fig.7 este definită cu ajutorul valorii b/t dedusă din ecuația (20), corespunzător $\sigma_{cr} = \sigma_{0,2}$, după relația [6]:

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{min} = \sqrt{\sigma_{0,2} \frac{\pi^2 E_c K_c}{12(1-\mu^2)}} \quad (20)$$

Compresiunea în domeniul plastic. Dacă grosimea plăcii se mărește, raportul t/b crește și tensiunea critică de plisaj devine superioară limitei de curgere, devenind la limită egală cu tensiunea de rupere a materialului. Acest fenomen este apreciat de formula (19) unde K se înlocuiește cu K_c prin coeficientul de reducere $\eta \neq 1$, care face o echivalare între $(\bar{\sigma}_{cr})$ plastic cu $(\bar{\sigma}_{cr})$ elastic. În prima aproximație acest coeficient se poate considera prin relația (21), adică egal cu raportul dintre modulul tangent (sau secant) și modulul de elasticitate.

$$\eta = \frac{E_t}{E} \text{ sau } \eta = \frac{E_s}{E} \quad (21)$$

Notă: Modul de a realiza împiedicarea rotirii laturilor plăcii, cu ajutorul elementelor de rigidizare și influența lor asupra stabilității panoului este în directă legătură cu rigiditatea de răsucire a acestor elemente. Datorită flexibilității la răsucire a lizelor, laturile plăcii atașate la care teoretic se consideră încadrarea, nu vor putea fi oprite în realitate să efectueze anumite rotații în jurul reazemului. Modul de împiedicare a mișcării laturilor plăcii are o influență însemnată asupra lungimii semiunde λ a flambajului, astfel că o placă dreptunghiulară supusă compresiunii uniaxiale având toate laturile simplu rezemate are $\lambda = b$ (adică lățimea plăcii), iar dacă laturile sunt încatrate $\lambda = (2/3)b$.

3. Plăci curbe [9,11].

-Panourile și plăcile curbe cilindrice pe direcția aplicării efortului de compresiune longitudinal (fig.8,a) – plăci curbe, reprezintă ca și panourile plane un decalaj important între tensiunea inițială de pierdere a stabilității și cea de cedare (rupere) a structurii.

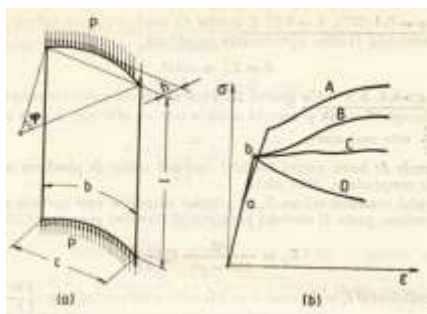


Fig.8, a si b [1]

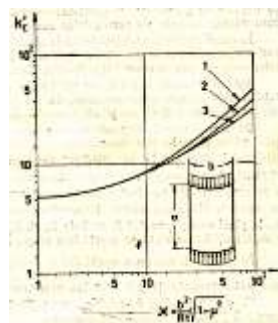


Fig.9

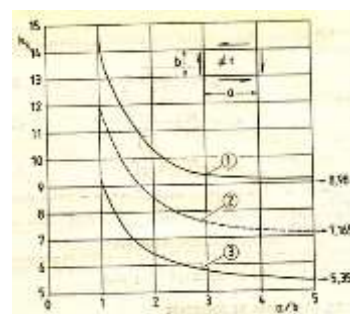


fig.10

Fig.9 reprezintă graficul pentru determinarea coeficientului K_{c1} al plăciilor curbe lungi ($a=3b$) cu laturi semîncatrate solicitate la compresiune după [6]: 1- $R/t=500$; 2- $R/t=700$; 3- $R/t=1000$.

În figura 10 este redat graficul pentru determinarea coeficientului de plisare k_s al plăcilor solicitate la forfecare pentru [6]: 1)- laturi încastrate; 2)- laturi semîncastate; 3)- laturi articulate.

În figura 11 este redat graficul pentru determinarea coeficientului de plisare k_s al placilor curbe lungi, solicitate la forfecare după [6]: 1- $a/b = 1,0$; 2)- $a/b = 1,5$; 3)- $a/b = 2,0$; 4)- $a/b = 3,0$.

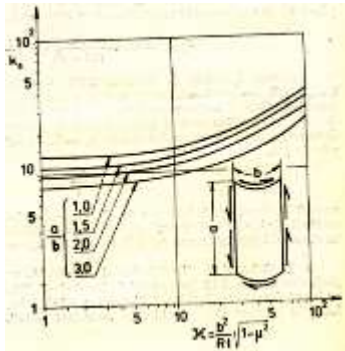


Fig.11

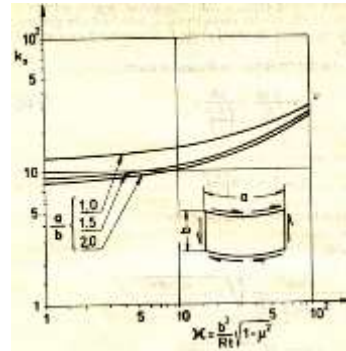


Fig.12

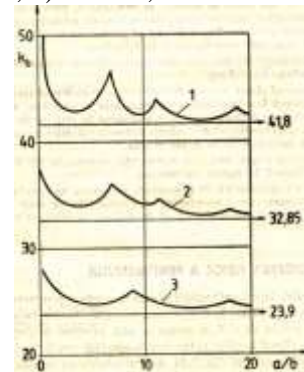


Fig.13

În figura 12 este arătat graficul pentru determinarea coeficientului de plisare k_s al plăcilor curbe scurte, cu laturi semîncastate, solicitate la forfecare. În figura 13 este dat graficul pentru determinarea coeficientului de pierdere a stabilității la încovoiere care depinde de raportul laturilor și de condițiile de rezemare a laturilor (v. fig.5, c). Coeficientul k_b poate fi determinat cu ajutorul graficului din fig.13, unde sunt trasate curbele $k_b = f(a/b)$ pentru placi plane solicitate la încovoiere având: 1- laturi încastrate, 2- laturi semîncastare și 3- laturi articulate.

Pentru calculul tensiunii critice de pierdere a stabilității plăcilor supuse la solicitări de încovoiere în planul lor (fig.5, c) se utilizează aceeași formulă generală ca în cazul compresiunii sau forfecării:

$$\bar{\sigma}_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \mu^2)} \eta_b K_b \left(\frac{t}{b} \right)^2,$$

cu deosebirea că în locul coeficienților K_c și η_c sau K_s și η_s avem K_b și η_b (fig.13).

-Pierdere inițială a stabilității plăcilor curbe și comportarea lor după aceea, depinde în special de curbura și de imperfecțiunile inițiale ale formeii cilindrice. Cu excepția plăcilor aproape plane efectul fixării laturilor este puțin important, în cazul raportului $b^2 / Rt > 30$ aceleași date pot fi utilizate pentru plăci de orice grad de restrangere a laturilor.

-Flambajul unui panou curb se produce de obicei violent și o nouă configurație apare numaidecât.

-Rigiditatea unei plăci curbe după producerea plisării inițiale nu atinge niciodată valoarea obținută pentru o placă plană echivalentă.

- Teoria liniară a deplasărilor mici pentru determinarea legii de variație a tensiunii critice de pierdere inițială a stabilității în raport cu parametrii geometrici și fizico-mecanici ai panourilor plane dă rezultate concordante cu cele ale încărcărilor exprimate. În cazul aplicării aceleiași teorii la structuri cilindrice rigidizate sau nerigidizate, rezultatele pot fi obținute mult diferit de rezultatele experimentale, ceea ce face necesară introducerea unor corecții în procesul de calcul.

-Aplicarea teoriei deplasărilor mari oferă o convergență mai bună a rezultatelor sale cu cele experimentale, dar ea depinde de cunoașterea prealabilă a imperfecțiunilor inițiale ale plăcii, care sunt de obicei necunoscute.

Dacă se compară diagramele $\sigma - \epsilon$ în comprimare (fig.8,b) pentru plăci plane și curbe, ale caror laturi pot să se miște în sensul tangențial fiind ținute în ghigaje care nu le permite mișcarea radială se constată următoarele[5,6]:

- în timp ce atingerea valorii σ_{cr} la plăci plane (punctul a de pe curba A) are ca efect o deviere mai mult sau mai puțin lină a curbei în raport cu direcția ei inițială, iar sarcina continuă să crească, atingând

valoarea σ_{cr} la plăci curbe (punctul **b**) curbele **B,C și D**, are ca efect o creștere bruscă a deformațiilor asociată cu întreținerea creșterii sarcinii sau chiar scăderea ei.

În funcție de mărimea unghiului $\varphi = b/R$ și a unor alți parametrii mai puțin importanți, pot fi următoarele trei situații[1]:

- 1)- $\varphi < 0,4$ adică $h < 0,05C$ (curba B) după atingerea valorii tensiunii critice $\bar{\sigma}_{cr}$ sarcina continuă să crească;
- 2)- $\varphi = 0,4$ (23°) $h = 0,05 C$ (curba C) după atingerea tensiunii critice tensiunea rămâne aproximativ constantă;

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_{cr} = \text{const.}$$

- 3)- $\varphi > 0,4$, $h > 0,05 C$ (curba D) după atingerea valorii tensiunii critice sarcina începe să scadă și această scădere este cu atât mai bruscă cu cât raportul c/R este mai mare (fig.8,b)[6].

4. Formule de lucru pentru calculul tensiunii critice de pierdere a stabilității inițiale la compresiune. Plăci curbe[5,6].

La calculul tensiunii critice σ_{cr} a plăcilor cilindrice ușor curbate solicitate la compresiune se folosește formula generală (19) sub forma [6]:

$$\bar{\sigma}_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E_c}{12(1-\mu^2)} \cdot K'_c \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2, \quad (22)$$

aici K'_c se determină ca o funcție a parametrilor $k = \left(\frac{b^2}{R_t}\right) \cdot \sqrt{1-\mu^2}$ cu ajutorul graficului din fig. 9 [6], care poate fi aplicat plăcilor de curbură uniformă cu laturi drepte considerate “semîncăstrate” și suficient de lungi pentru a face neglijabilă orice restrângere a laturilor încărcate (adică legături intermediare între laturi încăstrate și articulate). Graficul este pentru determinarea k_c corespunzător plisajului în domeniul elastic.

Componenta de întindere a sarcinii poate să crească în continuare, producându-se o nouă distribuție a tensiunilor, caracterizate prin tensiuni de întindere predominante acționând în lungul pliurilor diagonale care se produc și constituie legături diagonale care lucrează la întindere. Această distribuție se numește *câmp diagonal de tensiuni la întindere*.

În felul acesta, starea de solicitare a panoului în domeniul postcritic, se reprezintă ca sumă a două stări de tensiune: prima stare de forfecare pură, și a doua – câmp diagonal ideal de tensiune. Cele două stări de tensiune care se însumează dau *starea reală de tensiune*[2,6].

Câmpul diagonal de tensiune ideal. Panouri curbe[6].

După pierderea stabilității și apariția câmpului diagonal de tensiune, panourile curbe- bombate la exterior – au tendința să se apropie de forma exterioară a structurii, care, în stare inițială este o suprafață continuă, tinde să devină poliedrică cu panouri în stare de fațete[6]. Totuși cadrele (formate din solicitarea de pierdere a stabilității elastice) a învelișului curb își păstrează curbura, și panourile nu pot deveni perfect plane, chiar și în cazul unui câmp diagonal, puternic dezvoltat, astfel că nu toate diagonalele panoului ajung să ia aceeași plan. Să examinăm [5,6] două situații (fig.16):

- 1)- panouri alungite $a > 2b$;
- 2)- panouri scurte $b < 2a$.

Unghiul de inclinare al tensiunii diagonale α la panourile curbe se determină cu aceeași formulă ca la panourile plane

$$\text{tg}^2 \alpha = \frac{\varepsilon - \varepsilon_x}{\varepsilon - \varepsilon_y} \quad \text{tg}^2 \alpha = \frac{\varepsilon - \varepsilon_{STR}}{\varepsilon - \varepsilon_y}, \quad (23, a \text{ și } b)$$

unde $\varepsilon_{STR} = \varepsilon_x$ este deformația liniară a liselor, ε_y – deformația liniară a cadrelor, care cuprinde un termen suplimentar ce ține seama de curbura cadrelor.

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{RG} - \frac{\Delta}{b} \quad \Delta = \frac{1}{24} \cdot \frac{b^2}{R^2} \quad (24, a \text{ și } b)$$

Este deformația absolută a conturului panoului care trece de la forma curbă la cea plană, egală cu diferența dintre lungimea arcului și a coardei.

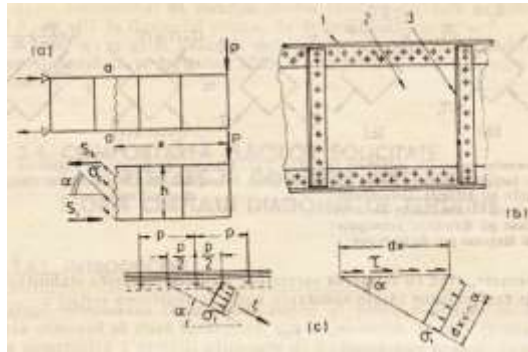


Fig.14

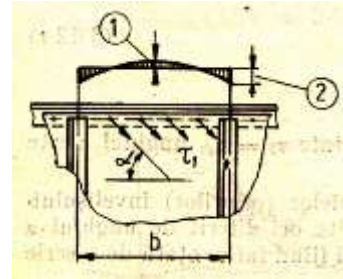


Fig.15

În figura 14 este dat câmpul diagonal de tensiune ideal la panouri plane, pentru: a)- bară plană solicitată la forfecare; b)- element de bară plană; 1- talpă; 2- inimă; 3- montant sau rigidizor; c)- componentele tensiunii în panou. Elementele încovoietoare în talpi datorită tensiunii peretelui sunt arătate în fig.15[6]. Trecerea de la secțiunea circulară la poliedrică este echivalentă cu deformația relativă la compresiune Δ/b . Această formulă este aplicabilă împreună cu (23,a) cu condiția ca $b < R/3$. ϵ_{RG} – este deformația liniară a cadrului sub acțiunea de compresiune. Pentru panouri curbe de primul tip unghiul este definit prin formula:

$$tg^2 \alpha = \frac{\epsilon - \epsilon_{STR}}{\epsilon - \epsilon_{RG} + \frac{1}{24} \left(\frac{b}{R}\right)^2} \quad (25,b)$$

iar pentru panouri curbe de tipul (2) unghiul α este definit de:

$$tg^2 \alpha = \frac{\epsilon - \epsilon_{STR}}{\epsilon - \epsilon_{RG} + \frac{1}{8} \left(\frac{b}{R}\right)^2} tg^2 \alpha \quad (25,c)$$

La $a/b = 1$ pacă cilindrică pătrată, (25,b) și (25,c) dau aceleași rezultate $tg^2 \alpha = 1/3$, $\alpha = 30^\circ$.

Pentru eforturile de înveliș, și în elementele de rigidizare rezultate în urma pierderii stabilității panoului și apariția campului diagonal de tensiune, sunt date relațiile[6]:

-În peretele triunghiului de înveliș

$$\sigma_t = \tau \cdot tg \alpha = \frac{Q}{b \cdot t} \cdot tg \alpha \quad (26,a) \text{ (fig.14)}$$

-În tălpi:

$$\sigma_{tl} = \pm \frac{M}{b \cdot \Delta \cdot F_{tl}} - \frac{\tau \cdot b \cdot t}{2 \cdot \Delta \cdot F_{tl}} \cdot ctg \alpha \quad (27)$$

-Tensiunea normală corespunzătoare:

$$\sigma_{rd} = \frac{\tau \cdot t \cdot a}{\Delta \cdot F_{rd}} \cdot tg \alpha \quad (28)$$

ΔF_{rd} – este aria secțiunii rigidizorului.

În relația (27) primul termen reprezintă efortul axial primar produs de momentul încovoietor M al forțelor exterioare ($M = P^{II} \cdot x$), iar termenul doi este forța axială secundară todeauna de compresiune provocată de plisajul peretelui.

Formulele (26,a), (27) și (28) în cazul structurii de formă curbă se transcriu astfel[6]:

$$\text{-Tensiunea diagonală în inveliș: } \sigma_t = \frac{2 \cdot \tau}{\sin 2\alpha} \quad (29)$$

-Tensiunea in lisă:
$$\sigma_D = -\frac{\tau \cdot b \cdot t}{2 \cdot \Delta \cdot F_{STR}} \cdot ctg\alpha, \quad (30)$$

σ_d este tensiunea secundară în lisă provocată de plisajul învelișului (tensiunea primară σ_p) produsă de sarcina exrterioară nu intră în această expresie.

-Tensiunea in cadre:
$$\sigma_{RG} = -\frac{\tau \cdot t \cdot a}{\Delta F_{RG}} \cdot tg\alpha, \quad (31)$$

unde ΔF_{STR} și Δ_{RG} sunt ariile secțiunilor lisei, respectiv cadrelor (în cazul benei cu rupturi s-au format artificial lise vizibile pe fig.1,c) la pierderea stabilității elastice a învelișului.

În afara tensiunii σ_D conform (30) apariția câmpului diagonal are ca efect solicitarea lisei la încovoiere de către sarcina radială (repartizată pe lungimea lisei) (fig.17)[6], care are proveniența următoare: după pierderea stabilității, structura tinde să capete o formă poliedrică și in dreptul lisei apar muchiile suprafețelor panourilor vecine. Aceste frânturi ale învelișului tensionat de câmpul diagonal produc apariția componentei radiale a sarcinii repartizată pe lisă și îndreptată spre interior (fig.17).

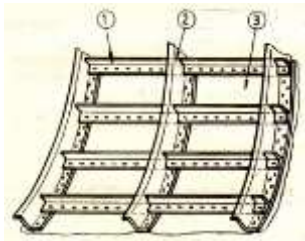


Fig.16

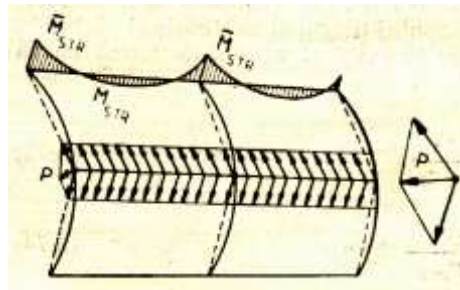


Fig.17

În fig.16 este prezentat un panou curb, de tip rigidizat, compus din: 1- lisă; 2- cadre; 3- înveliș, iar in fig.17 este aratata apariția componentei radiale a sarcinii repartizată pe lisă.

Practic această sarcină are următoarea valoare pe unitatea de lungime a lisei:

$$P = \frac{\tau \cdot b \cdot t}{R} \cdot tg\alpha \quad (32)$$

Fiind repartizată uniform pe lungimea lisei sarcina produce un moment încovoiator care are următoarele valori maxime:

- La mijlocul deschiderii
$$M_{STR} = \frac{b \cdot a^2 \cdot t \cdot \tau}{24 \cdot R} \cdot tg\alpha \quad (33)$$

(compresiune in înveliș, întindere în partea interioară)

- La reazemarea pe cadrele care s-au format și apar pe fig.17

$$\bar{M}_{STR} = \frac{-b \cdot a^2 \cdot t \cdot \tau}{24 \cdot R} \cdot tg\alpha \quad (34)$$

(întindere în înveliș, compresiune la partea interioară)

In realitate sarcina P nu este uniform repartizată, întrucât unghiul α nu are mărime constantă în lungul deschiderii panoului (este vorba de caderele care s-au profilat la placa curbă de înveliș), împiedică deformarea conturului transversal al structurii și de aceea în apropierea lor panourile de invelis își pastrează forma inițială. Dacă cadrele există, ca o consecință a lor, componenta radială a tensiunii diagonale are valori reduse spre capetele lisei decât pe partea centrală a deschiderii și momentul încovoiator rezultat poate avea o valoare sensibil mai redusă decât cea dată de formula (33)

5.Concluzii:

Ruperea structurii benelor, prezentate in fig.1,a,b și c, s-a datorat pierderii stabilității elastice a învelișului cilindric, care s-a aflat sub acțiunea efortului de comprimare la deformare plastica, *situație indicată pe diagrama din fig.8, b, cazul D*. Perderea stabilității s-a produs datorită regimului intens de exploatare, a formării concentratorilor interni de tensiune, a propagării subcritice a fisurilor existente ca urmare a tăieturilor superficiale la suprafața plăcii și a reducerii grosimii plăcii cilindrice de la 8mm la 5 mm, datorită uzurii în exploatare, la care a contribuit, și efectul temperaturilor foarte scăzute. Toți acești factori combinați împreună, au condus la distrugerea brutală a învelișului benei.

Bibliografie:

- [1]Buzdugan, Gh. – Manualul inginerului mecanic, materiale, rezistența materialelor, stabilitate elastică, vibrații. Editura Tehnică, București.
- [2]Panait Mazilu, Nicolae Țopa, Mircea Ieremia- Aplicarea Teoriei elasticității și a plăcilor în calculul construcțiilor, Editura Tehnică, București, 1986
- [3] Frederik Mikaelsson, Otel Hardox, Uzura inseamnă bani, Revista Mașini și utilaje pentru construcții, Nr. 4, aprilie, 2009.
- [4]Augustin Petre - Calculul structurilor de aviație, Editura Tehnică, București, 1984
- [5]Timoshenko, S. , Woinowsky,K. – Teoria plăcilor plane și curbe (traducere din lb. engleza), Editura Tehnică, București, 1968
- [6] G.V. Vasiliev, V. Giurgiutiu- Stabilitatea structurilor cu pereți subțiri, Editura Tehnică, București, 1990.
- [7] x x x Carnehl, Truck with Hardox half-pipe body, Keep things moving forward, Carnehl, Fahrzeugbau, Germany, 4p.