ANALIZA CARACTERISTICILOR TEHNICE ALE NETEZITOARELOR SIMPLE DE BETON

SERBAN ALIN DANIEL- doctorand, FACULTATEA DE UTILAJ TEHNOLOGIC, UNIVERSITATEA TEHNICA DE CONSTRUCȚII BUCUREȘTI

Imbunatatirea comportarii în exploatare a structurilor din beton neprotejate prin lucrări de tencuire, placare, zugrăvire sau vopsire, depinde de gradul de prelucrare şi finisare a betonului în stare proaspătă. Netezitoarele simple de beton sunt maşini moderne cu un randament înalt, făcute pentru a netezi şi finisa betonul. Lucrarea are ca scop determinarea funcției de regresie folosind ca date caracteristicile tehnice ale netezitoarelor simple.

Improvement of the operational behavior of concrete structures unprotected by plastering works plating or painting, depends on the degree of processing and finishing fresh concrete. Trowels concrete are modern cars which a high-efficiency made finish concrete. The work is aimed at determination of the regression function using the data technical characteristics of simple trowels.

1.Introducere

Netezitoarele simple de beton sunt folosite pe suprafetele orizontale ale pardoselilor de beton. Organul de lucru al acestor netezitoare consta dintr-o elice reglabilă prevazuta cu 3 sau 4 pale.

Fig.1-Netezitor simplu [10]

Pentru studiu se folosesc caracteristicile tehnice (puteri, mase, diametre) ale netezitoarelor de la diferite firme [5]

Se alege funcţia de regresie;

$$y=f(x)=e^{a}\cdot e^{b\cdot x}=k\cdot e^{b\cdot x}, \tag{1}$$

unde $k=e^{a}$, a şi b sunt necunoscute. Reprezentând funcţia y pe scara logaritmică observăm că obţinem o dreaptă.

Astfel, în relaţia $y=k\exp(b\cdot x)$, dacă se aplică logaritmi naturali, atunci:

$$\ln y=a+b\cdot x, \tag{2}$$

care reprezintă o dreaptă. Aşadar, se aproximează funcţia necunoscută, definită prin valorile sale în nodurile x, cu funcţia $f(x)=k\cdot e^{b\cdot x}$.

Necunoscutele a,b se determină astfel ca *abaterea pătratică* δ^{2}, definită prin:

$$\delta^{2}(a,b)=\sum_{k=1}^{n}[\ln y_k-(a+b\cdot x_k)]^{2} \tag{3}$$

să fie minimă. Aşadar, avem

$$\delta^{2}(a,b)=\sum_{k=1}^{n}[\ln y_k-(a+b\cdot x_k)]^{2}=\min.$$

După cum se ştie, pentru a realiza minimul funcţiei $\delta^{2}=\delta^{2}(a,b)$, este suficient să se determine *punctele staţionare* ale acestei funcţii, adică să se anuleze derivatele parţiale în raport cu a respectiv cu b. Avem

$$\begin{cases}\dfrac{\partial(\delta^{2}(a,b))}{\partial a}\equiv-2\cdot\displaystyle\sum_{k=1}^{n}[\ln y_k-a-b\cdot x_k)]=0\\ \dfrac{\partial(\delta^{2}(a,b))}{\partial b}\equiv-2\cdot\displaystyle\sum_{k=1}^{n}[\ln y_k-a-b\cdot x_k)]\cdot x_k=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n\cdot a+\left(\displaystyle\sum_{k=1}^{n}x_k\right)\cdot b=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\ln y_k\\ \left(\displaystyle\sum_{k=1}^{n}x_k\right)\cdot a+\left(\displaystyle\sum_{k=1}^{n}x_k^{2}\right)\cdot b=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}x_k\cdot\ln y_k\end{cases} \tag{4}$$

Considerăm abaterea medie pătratică, definită prin:

$$\sigma=\left[\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=0}^{n}(f(x_i)-y_i)^{2}\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{5}$$

2. Prelucrarea datelor este făcută cu programul Mathcad [5]

Fie:

m:=(50 56 57 59 60 62 67 70 76 79.5 81 82 83 85 87 88 89.5 91 96 98 100 103 104 107 110 113 114 117 122 130)

p:=(2.9 4 2.6 2.9 4 4.2 3 2.2 4.1 4 4 3.6 4.2 6.7 5.2 6.7 6.7 4.2 6.7 6.5 6.6 6.2 6.6 6.6 6 7.1 6.2 6.7 8.7 10

p1:=(2.9 4 3.2 2.9 4 4.2 3 2.2 4.8 4.5 4.5 3.6 4.2 6.7 5.2 6.7 6.7 6.7 6.7 6.5 6.6 6.6 6.6 6.6 6 7.1 6.5 6.7 8.7 10)

ϕ:= (600 610 609 600 760 760 600 755 900 925 910 914 910 1140 900 925 925 915 900 915 1060 915 1060 1170 1168 1168 1220 1170 1220 1220)

ϕ1:= (600 610 610 600 760 760 600 755 900 925 925 914 910 1140 900 925 925 1168 900 915 1060 1170 1060 1170 1168 1168 1220 1170 1220 1220)

unde componentele vectorilor m, p, p1, ϕ şi ϕ1 reprezintă, masele diferitelor tipuri de netezitoare, puterile minime, puterile maxime, diametrele minime şi respectiv diametrele maxime.

Vom determina funcţile de regresie care să aproximeze, prin metoda celor mai mici pătrate, valorile vectorilor p respectiv p1 in functie de distributia maselor.

In calcule folosim, pentru vectorii definiți mai sus, notațiile:

$$x := m^T \quad y := p^T \quad v := \phi^T \quad x1 := m^T \quad y1 := p1^T \quad v1 := \phi1^T \quad n := \mathrm{last}(x) \; n = 30$$

unde n este lungimea vectorului x (numărul componentelor vectorului x) iar, vectorul x reprezintă masele, vectorul y reprezintă valorile puterii minime corespunzătoare lui x, vectorul $y1$ care reprezintă valorile puterii maxime corespunzătoare lui x şi se doreste să se determine funcţia de regresie (care să aproximeze, prin metoda celor mai mici pătrate, valorile lui y respectiv $y1$ [34].

a). Determinam funcția de regresie corespunzătoare valorilor minime ale puterii, definite în vectorul y:

Alegem, potrivit expresie 1, funcția de regresie de forma

$$f(t) := e^{\alpha_1} \cdot e^{\alpha_2 \cdot t}$$

Avem:

$$j := 1..2 \quad i := 1..2 \qquad a_{i,j} := \sum_{k=1}^{last(x)} (x_k)^{i+j-2} \qquad b_i := \sum_{k=1}^{last(x)} \left\lfloor \ln(y_k) \cdot (x_k)^{i-1} \right\rfloor \quad (6)$$

Matricea A a sistemului 4.13, devine:

$$A := \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 30 & 2.637 \times 10^3 \\ 2.637 \times 10^3 & 2.453 \times 10^5 \end{pmatrix} \qquad (7)$$

Iar matricea b a termenilor liberi ai sistemului 4.13 are forma:

$$b := \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 48.073 \\ 4.43 \times 10^3 \end{pmatrix} \qquad (8)$$

Necunoscutele α_1 α_2 ale functiei de regresie (componentele vectorului α) au valorile:

$$\alpha := A^{-1} \cdot b \qquad \alpha = \begin{pmatrix} 0.279 \\ 0.015 \end{pmatrix} \qquad (9)$$

Atunci avem:

$$\alpha_1 = 0.279 \qquad \alpha_2 = 0.015 \qquad k := e^{\alpha_1} \qquad k = 1.321$$

Se obține funcția de regresie:

$$f(t) = e^{0.279} \cdot e^{0.015t}$$

corespunzătoare valorilor minime ale puterii, definite în vectorul y.

b) Determinăm funcția de regresie corespunzătoare valorilor maxime ale puterii, definite în vectorul y1, in functie de masele corespunzatoare:

$$g(t) := e^{\beta_1} \cdot e^{\beta_2 \cdot t}$$

Fie: $$c_i := \sum_{k=1}^{last(x)} \left[\ln(y1_k) \cdot (x_k)^{i-1} \right] \quad (10)$$

Matricea A a sistemului 4 are aceleasi componente ca în cazul a), iar matricea C, a termenilor liberi, corespunzatori devine:

$$c := \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \qquad c = \begin{pmatrix} 49.251 \\ 4.527 \times 10^3 \end{pmatrix} \qquad (11)$$

Necunoscutele β_1 şi β_2 (componentele vectorului β) ,din expresia functiei g(t),au valorile:

$$\beta := A^{-1} \cdot c \qquad \beta = \begin{pmatrix} 0.36 \\ 0.015 \end{pmatrix} \qquad (12)$$

Atunci avem:

$$\beta_1 = 0.36 \qquad \beta_2 = 0.015 \qquad k1 := e^{\beta_1} \qquad k1 = 1.433$$

şi funcţia de regresie corespunzătoare valorilor maxime ale puterii, definite în vectorul y1 ca functie de masele netezitoarelor are expresia:

$$g(t) = e^{0.36} e^{0.015t}$$

In figura 2 se reprezintă funcţiile de regresie ale puterilor minime şi maxime în funcţie de mase

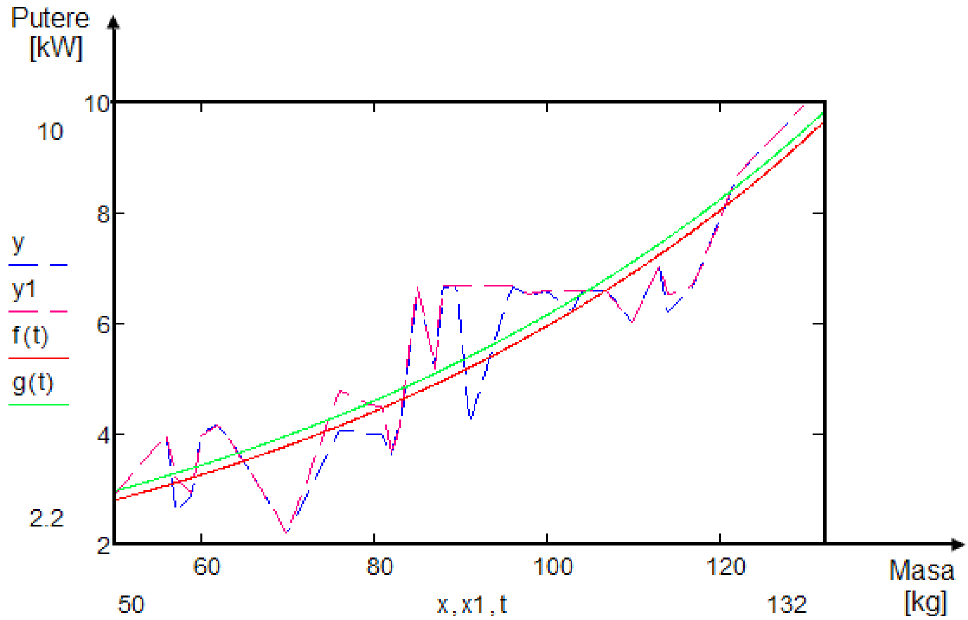

Fig.2 - Reprezentarea funcțiilor de regresie a puterilor minime şi maxime în funcție de mase

y - vectorul valorilor puteri minime corespunzatoare lui x; x - vectorul valorilor masele;

y1- vectorul valorilor puterilor maxime corespunzătoare lui x; f(t) - reprezintă funcția de regresie corespunzătoare valorilor minime ale puterii, definite în vectorul y; g(t) - reprezintă funcția de regresie corespunzătoare valorilor maxime ale puterii date în vectorul y1 în funcție de masele netezitoarelor.

In figura.3 se reprezintă funcțile de regresie a puterilor maxime în funcție de mase

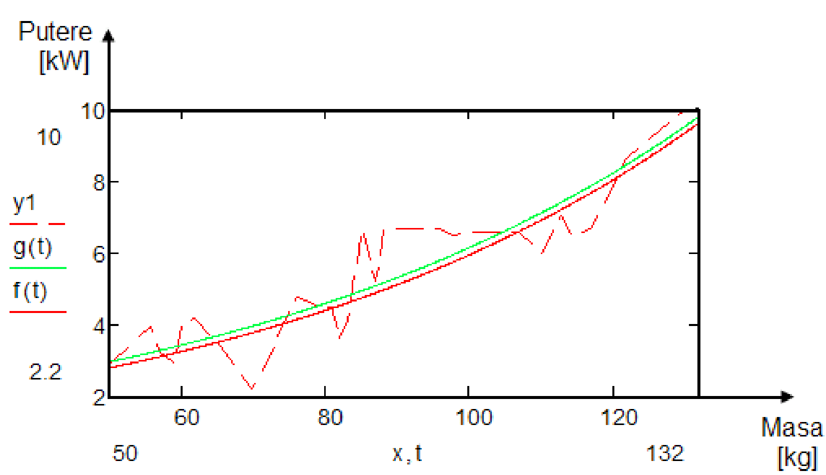

Fig.3- Reprezentarea funcțiilor de regresie a puterilor maxime în funcție de mase

x - vectorul valorilor masele; y1 - vectorul valorilor puterilor maxime corespunzătoare lui x;

f(t) - reprezintă funcţia de regresie corespunzătoare valorilor minime ale puterii, definite în vectorul y; g(t) - reprezintă funcţia de regresie corespunzătoare valorilor maxime ale puterii date în vectorul y1 în funcţie de masele netezitoarelor.

In figura 4 se reprezintă funcţile de regresie a puterilor minime în funcţie de mase

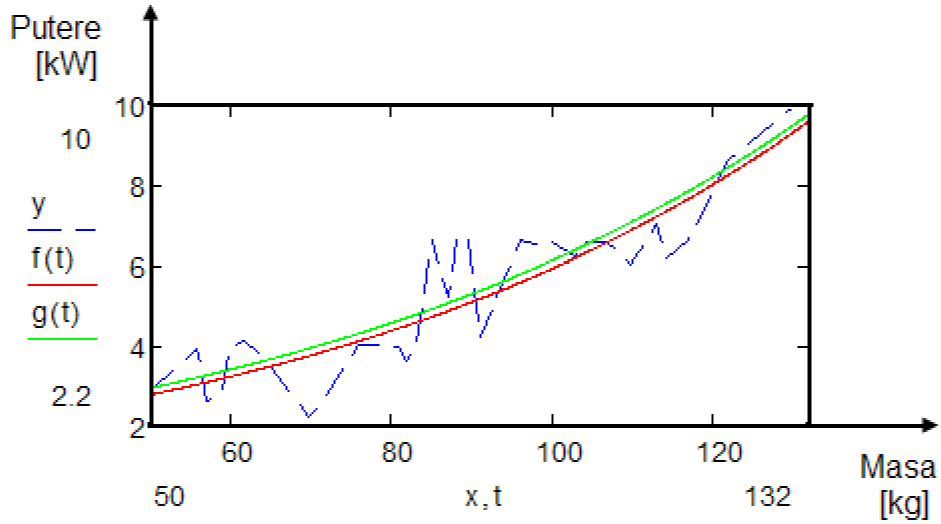

Fig.4 - Reprezentarea funcţiilor de regresie a puterilor minime în funcţie de mase [34]

y- vectorul valorilor puteri minime corespunzătoare lui x; x - vectorul valorilor masele;

f(t) - curba funcţiei de regresie corespunzătoare valorilor minime ale puterii, definite în vectorul y; g(t) - curba funcţiei de regresie corespunzătoare valorilor maxime ale puterii date în vectorul y1 în funcţie de masele netezitoarelor.

Eroarea medie patratică,definite de relaţia 5, care se comite când aproximăm y cu $f(t)$ şi respectiv cu, $g(t)$ este:

$$\sigma := \left[\frac{1}{n}\cdot\sum_{k=1}^{\mathrm{last}(x)}\left(f(x_k)-y_k\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \sigma = 0.881$$

$$\sigma := \left[\frac{1}{n}\cdot\sum_{k=1}^{last(x)}\left(g(x_k)-y_k\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \sigma = 0.885$$

Concluzii

Aşa cum se observă din grafice plaja datelor de intrare este situată între graficul funcției de regresie comparînd valorile minime cu valorile maxime ale funcției de regresie.

Se va observa că abaterea medie pătratică are ordinul de mărime egal cu cel al datelor de intrare, adică cu ordinele de mărime ale componentelor vectorilor x şi y (componentele acestor vectori sunt scrise cu două zecimale exacte).

Bibliografie

[1] Hollander,M,Wolfe.D.A. Nonparametric Statistical Methods Wiley,New York,1973

[2] N Mihaila, Introducere în teoria probabilităților şi statistică matematică,Editura Didactică şi Pedagogică-Bucureşti 1965

[3] G.Ciucu,V.Craiu Introducere in teoria probabilitatilor si statistica matematica,Editura Didactica si Pedagogica Bucuresti 1971

[4] Isaic Maniu Alexandru, Mitrut Constantin,Voineagu Vergil,Statistica,Editura Universitara Bucuresti 2004

[5] Serban A.D Cercetari statistice privind eficiența folosirii netezitoarelor de beton, Raport de cercetare nr2, Universitatea Tehnică de Construcții Bucureşti 2012

[6].***http://www.dynapac.com/products/?cat=56

[7].***http://www.bellegroup.com/about/brochurelLibrary/English/Trowels.pdf

[8].***http://www.multiquip

[9].***http://www.masterpac.eu/product.asp?third_id=14

[10].***http://www.product.wackerneuson.com/manuals/operators