

ASPECTE ALE EVALUĂRII NUMERICE, FOLOSIND METODA ELEMENTULUI FINIT, A STĂRILOR DE TENSIUNI ȘI DE DEFORMAȚII ÎN ORGANELE TRANSMISIILOR CU BILE

Dumitrache Petru, conferențiar doctor inginer,
Facultatea de Inginerie Brăila, Universitatea „Dunărea de Jos” din Galați

Finite element analysis is currently the main tool for investigation of the problems concerning of determining of the stress state and the displacements of the strength structures. In this context, the efficient modeling of ball screw assemblies has a decisive importance in obtaining results with a precision imposed level. The purpose of the paper is to detail some aspects that should be taken into account in the pre-processing of the finite element model of the ball screw assemblies so that solving of the associate numerical model to lead to accurate results, in accordance with reality. Finally, are presented a case study and the author's conclusions.

1. Preliminarii

Transmisiile folosind șuruburi cu bile constituie o alternativă la transmisiile clasice, cu mișcare de alunecare între șurub și piuliță, ori de câte ori se impun cerințe ridicate asupra unor parametri ai transmisiei, cum ar fi: precizia cinematică, durata menținerii acesteia la nivelul impus, randamentul transmisiei și siguranța în funcționare.

În transmisia folosind șurub cu bile, frecarea de alunecare este înlocuită cu frecare de rostogolire, între șurub și piuliță fiind bilele care constituie corpurile de rostogolire ale transmisiei. Atât în șurub, cât și în piuliță sunt realizate canale elicoidale în care circulă bilele din transmisie. Zona de lucru a transmisiei este zona în care se află bile în contact, atât cu șurubul cât și cu piulița. Prin intermediul bilelor din zona de lucru, bile numite și *bile active*, se transmit forțele între elementul conducător și cel condus din transmisie. După ce bilele părăsesc zona de lucru, sunt readuse în această zonă printr-un canal de recirculare practicat în corpul piuliței.

Canalele elicoidare din șurub și piuliță constituie căile de rulare ale bilelor și se pot realiza cu *profil curbiliniu*, sau cu *profil rectiliniu*, iar bila poate avea *două puncte de contact* (unul cu șurubul și celălalt cu piulița) sau *patru puncte de contact* (două cu șurubul și două cu piulița). Deși canalele cu profil rectiliniu sunt mai ușor de realizat, totuși, în majoritatea cazurilor sunt preferate canalele cu profil curbiliniu, contactul bilei făcându-se în patru puncte. Un parametru constructiv și funcțional important al transmisiei este unghiul de contact dintre bilă și căile de rulare. Valoarea obișnuită a acestui unghi este de 45° , însă sunt realizate și transmisii asigurând valori mai mari ale acestui unghi, deși în aceste situații sunt necesare măsuri constructive speciale în ceea ce privește eliminarea jocurilor axiale din transmisie.

Materialele din care sunt realizate elementele componente ale transmisiei șurub-piuliță cu bile trebuie să asigure satisfacerea condițiilor impuse privind capacitatea portantă, durabilitatea și preci

zia în funcționare a transmisiei. În acest sens, pentru șurub și piuliță se folosesc, de regulă, oțeluri aliate pentru construcția de mașini sau oțeluri de scule. Acestea sunt tratate termic sau termochimic, în scopul durificării superficiale a căilor de rulare la minimum 60 HRC. Bilele se execută, de regulă, din oțeluri destinate realizării rulmenților sau din materiale plastice (delrin, teflon), dacă se impun condiții speciale privind nivelul de zgomot al transmisiei.

Din cele expuse anterior, rezultă că transmisiile folosind șuruburi cu bile, deși prezintă numeroase avantaje în raport cu transmisiile clasice, au și dezavantajul major al unui preț de fabricație ridicat, datorat, în principal, tehnologiei și materialelor înglobate.

Analiza stărilor de tensiuni și de deformații din elementele unei transmisii șurub-piuliță cu bile constituie fundamentul validării acesteia din punct de vedere al rezistenței și stabilității. Totodată, analiza stărilor de tensiuni și de deformații reprezintă punctul de plecare în definitivarea soluției constructive a elementelor transmisiei. Ca în orice sistem mecanic în care transmiterea forțelor se face prin intermediul corpurilor în contact, și în transmisia șurub-piuliță cu bile, stările de tensiune din zona contactului dintre corpuri constituie principalul criteriu de analiză a comportamentului sistemului sub acțiunea forțelor aplicate.

2. Rezultate analitice în evaluarea contactului din transmisiile șurub-piuliță cu bile

În marea majoritate a aplicațiilor practice, transmisia șurub-piuliță cu bile este solicitată de o forță exterioară axială F , care, teoretic, se consideră repartizată uniform pe cele z de bile din zona de lucru.

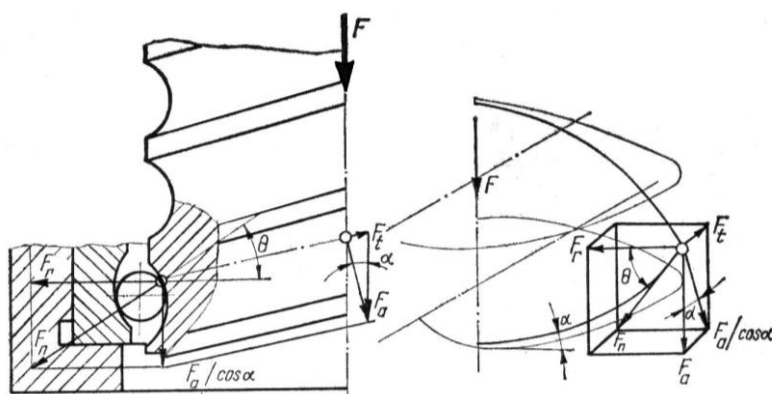


Fig. 1 - Forțe în transmisia șurub-piuliță cu bile

Între șurub și piuliță forța F se transmite prin intermediul bilelor, sub forma unei forțe normale F_n , orientate după direcția liniei de contact. Componentele forței normale (forța axială F_a , forța radială F_r și forța tangențială F_t) se determină în baza condițiilor de echilibru static (vezi figura 1). În aceste condiții, rezultă:

$$F_a = F/z_c \quad (1)$$

$$F_t = F \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)/z_c \quad (2)$$

$$F_r = F/z_c \cdot \operatorname{tg} \theta \cdot \cos(\alpha + \varphi) \quad (3)$$

$$F_n = F/z_c \sin \theta \cdot \cos(\alpha + \varphi) \quad (4)$$

De remarcat că prin intermediul unghiului de frecare φ , relațiile (2), (3) și (4) țin seama și de forțele de frecare dintre suprafețele aflate în contact. În cazul transmisiilor reale, datorită erorilor de profil ale bilelor și ale căilor de rulare, forța este preluată de un număr de bile z_c , inferior numărului teoretic z :

$$z_c = (0,7 \dots 0,9) \cdot z \quad (5)$$

Sub acțiunea forței normale F_n , bilele și căile de rulare sunt supuse unei solicitări de contact, rezultând o stare de tensiuni spațială. În figura 2 sunt reprezentați parametrii de influență ai contactului dintre bilă și căile de rulare din transmisiile șurub-piuliță cu bile, folosind canale elicoidale cu profil curbiliniu.

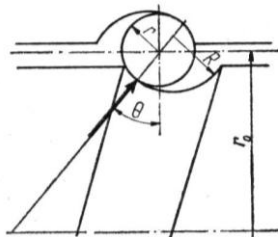


Fig. 2 – Parametrii de influență ai contactului în canale elicoidale cu profil curbiliniu

În literatură de specialitate [1], pentru calculul tensiunii maxime σ_0 de pe suprafața de contact, deformația δ pe direcția forței F_n și semiaxa mare a a elipsei de contact sunt recomandate relațiile:

$$\sigma_0 = \left[1,32 - 3,49 \frac{(R-r)(r_0 - r \cos \theta)}{Rr_0} \right]^2 \cdot \sqrt[3]{F_n E^2 \left(\frac{R-r}{Rr} \right)^2} \quad (6)$$

$$\delta = \left[1,41 - 1,71 \frac{(R-r)(r_0 - r \cos \theta)}{Rr_0} \right]^2 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{F_n}{E} \right)^2 \cdot \frac{R-r}{Rr}} \quad (7)$$

$$a = \left[1,32 - 0,98 \frac{(R-r)(r_0 - r \cos \theta)}{Rr_0} \right]^2 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{F_n}{E} \right)^2 \cdot \frac{R-r}{Rr}} \quad (8)$$

Relațiile (6), (7) și (8) au la bază relațiile deduse de H. Hertz pentru contactul elastic în care o bilă de rază r se rostogolește într-un canal circular, având profil în arc de cerc cu raza R . Principalele limitări ale acestor relații se calculează sunt următoarele:

- Nu țin seama de geometria reală a contactului din transmisia șurub-piuliță cu bile. Într-o astfel de transmisie, contactul se realizează în canal elicoidal și nu în canal circular. Abaterile introduse de relațiile (6), (7) și (8) sunt cu atât mai mari cu cât pasul canalelor elicoidale care materializează căile de rulare este mai mare.
- Nu este posibilă stabilirea dependenței dintre valoarea tensiunii echivalente (după teoria de rezistență adoptată) și adâncimea sub pata de contact. Cunoașterea acestei dependențe ar permite evaluarea spațială a zonei de influență a contactului, precum și o localizare mai apropiată de realitate a tensiunii maxime din starea spațială de tensiune care se dezvoltă în zona contactului.

Dacă se ține seama și de faptul că forța se consideră repartizată uniform pe bilele active, se constată că relațiile de calcul folosite în mod obișnuit sunt destul de aproximative. Folosirea lor în practică este motivată în special de faptul că sunt acoperitoare, coeficientul de siguranță al transmisiilor calculate pe baza lor fiind ceva mai mare decât coeficientul de siguranță impus.

3. Evaluarea contactului din transmisiile șurub-piuliță, folosind metoda elementului finit

Din cele prezentate anterior, reiese că rezultatele analitice folosite pentru evaluarea contactului din transmisiile șurub-piuliță cu bile, prezintă unele limitări generate de acceptarea unor ipoteze care, în cazul acestor transmisii, nu sunt respectate în totalitate. În acest context, evaluarea pe cale numerică, folosind metoda elementului finit ar fi o alternativă, având în vedere numărul redus de ipoteze simplificatoare folosite în fundamentarea matematică a acestei metode numerice.

Este cunoscut că principala sursă de erori în aplicarea metodei elementului finit o constituie modelarea neliniarităților de comportare a materialelor. Folosirea unor schematizări liniare pentru comportamentul neliniar al materialelor duce la erori, uneori pronunțate, ale rezultatelor obținute. De

aceea, în cazul în care este de așteptat o comportare neliniară a materialului, pentru o precizie ridicată a rezultatelor numerice, se impun determinări experimentale ale caracteristicilor de material și folosirea acestora în etapa de declarare a modelului de material, [2].

Deoarece asigurarea preciziei cinematice și menținerea acesteia în timp constituie criterii fundamentale în proiectarea unei transmisii șurub-piuliță cu bile, aceste transmisii sunt astfel dimensionate încât prin solicitările funcționale să nu se depășească limita de proporționalitate a materialului. În consecință, în aceste transmisii se contează, întotdeauna, pe un comportament liniar al materialelor, deci, din acest punct de vedere, aplicarea metodei elementului finit poate conduce la obținerea unor rezultate cu nivel ridicat de precizie.

În cele ce urmează, vom separa etapa de modelare a geometriei elementelor transmisiei șurub-piuliță cu bile de celelalte etape parcurse pentru obținerea modelului cu elemente finite al transmisiei. Suportul acestei separări îl constituie faptul că, actualmente, în domeniul modelării și evaluării comportării sistemelor mecanice, se folosesc platformele software CAD și FEA. În acest context, platformele CAD dispun de instrumente performante de modelare geometrică tridimensională și mai puțin performante în ceea ce privește modelarea cu elemente finite, pe când platformele FEA sunt mai puțin pregătite pentru modelare geometrică, însă oferă instrumente performante pentru modelarea cu elemente finite. Rezultă că singura abordare eficientă a problemei, presupune generarea geometriei elementelor transmisiei șurub-piuliță cu bile pe o platformă CAD și importul acesteia în interiorul unei platforme FEA, în vederea obținerii modelului cu elemente finite și rezolvarea modelului numeric asociat.

Dacă se consideră o transmisie șurub-piuliță cu bile, modelarea geometrică a acesteia, înțelegând prin asta modelarea geometrică a elementelor structurale componente, precum și a legăturilor dintre ele, poate fi făcută într-o manieră ce depinde decisiv de scopul modelării. Din acest punct de vedere, se disting trei tipuri de modelare geometrică:

- *Modelare geometrică în scopul generării documentației de execuție a elementelor structurale componente ale sistemului mecanic.* În acest caz, geometria elementelor structurale va respecta toate detaliile de execuție, cum ar fi razele de racordare, teșirile, degajările pentru zonele filetate prin așchiere, canale pentru inele elastice de rezemare, etc.
- *Modelare geometrică în scopul simulării funcționale a sistemului mecanic.* Simularea funcționării unui sistem mecanic este necesară, de regulă, în cazul în care acesta este un mecanism. Prin simulare funcțională (făcută de regulă pe platformele CAD), este posibil studiul cinematic și cinetostatic al mecanismelor, fiind utilă mai ales în cazul mecanismelor cu multe grade de mobilitate, sau în cazul mecanismelor spațiale. De cele mai multe ori, modelarea simplificată a geometriei și folosirea cuplelor cinematice idealizate virtuale, asigură un nivel de precizie satisfăcător pentru atingerea obiectivelor de cercetare și de proiectare.
- *Modelare geometrică în scopul analizei folosind metoda elementului finit a comportării sistemului mecanic sub acțiunea sarcinilor funcționale.* De cele mai multe ori se preferă o modelare geometrică care nu ia în considerare detaliile geometrice având influență nesemnificativă asupra comportării sistemului mecanic sub acțiunea sarcinilor. Simplificarea geometrică, făcută în urma unei analize atente a geometriei transmisiei, conduce la modele cu elemente finite care consumă resurse mici din partea sistemului de calcul, asigurând, totodată, precizii satisfăcătoare a rezultatelor obținute. De asemenea, este important de subliniat că modelarea geometrică a unui sistem mecanic, în scopul analizei folosind metoda elementului finit trebuie să țină seama și de natura problemei. În acest context, dacă stările de tensiune din elementele structurale sunt stări de tensiune particulare (de exemplu, stări plane de tensiune), o modelare geometrică eficientă ia în considerare și acest aspect. Astfel, în cazul problemelor plane, sau în cazul problemelor care pot fi reduse (acceptând un anumit nivel de eroare) la probleme plane, este suficientă doar o geometrie 2D a sistemului studiat.

Un aspect important care trebuie luat în considerare în etapa de modelare a geometriei transmisiei

șurub-piuliță cu bile este cel referitor la modalitatea de generare a canalelor elicoidale din șurub și piuliță. Din acest punct de vedere, canalele elicoidale se pot genera în două moduri:

- *Generare exactă* – În acest caz canalele elicoidale se generează ca suprafețe elicoidale. Evident, avantajul major al acestei abordări îl constituie corectitudinea geometriei șurubului și a piuliței. Astfel, în etapa de analiză cu elemente finite a modelului transmisiei nu sunt necesare corecții de sarcină axială care să țină seama de abaterea de la elicea cu pas constant a curbei generatoare a canalului. Există, însă și unele dezavantaje, dintre care cel mai important îl constituie imposibilitatea eliminării interferențelor dintre corpurile de rostogolire și flancurile canalelor elicoidale din șurub, respectiv din piuliță, în etapa de modelare a geometriei transmisiei, folosind o platforma CAD. Fără a intra prea mult în amănunte, aceste interferențe apar datorită aproximării prin curbe spline a curbilor elicoidale. După importul geometriei în mediul de analiză cu elemente finite, aceste interferențe sunt sesizate, chiar dacă au valori mici. Ca urmare, apar ambiguități imposibil de rezolvat în faza de declarare a contactelor, precum și în faza de generare a rețelei de discretizare.
- *Generare aproximativă 3D* – Se păstrează ideea de tratare a problemei spațiale, însă se renunță la generarea canalelor elicoidale din șurub și piuliță. Acestea sunt înlocuite cu canale ale căror curbe generatoare sunt cercuri situate în plane normale la axa transmisiei, situate la o distanță egală cu pasul transmisiei. În acest fel, canalul elicoidal (din șurub sau piuliță) este înlocuit cu o succesiune de canale circulare. Evident, în acest caz nu este asigurat unghiul α al elicei și este necesară o corecție a încărcării axiale. În consecință, sarcina axială care se aplică transmisiei în acest caz este:

$$F_{\max_a} = F_{\max} \cdot \cos \alpha \quad (9)$$

unde F_{\max} este sarcina axială maximă ce soliciță transmisia.

De asemenea, în etapa de modelare geometrică se poate lua în considerare generarea tuturor bilelor active, sau *doar a unui număr redus a acestora*. Considerarea în analiza cu elemente finite a unui număr mai mic de bile decât numărul de bile active nu afectează esențial precizia rezultatelor obținute, dacă se micșorează corespunzător forța axială aplicată transmisiei. Totodată, în etapa de pre-procesare a modelului cu elemente finite se declară mai puține contacte de tip „surface-to-surface”. Justificarea acestei abordări este dată mai jos.

În primul rând, este acceptată ipoteza în conformitate cu care *bilele active din transmisie sunt uniform încărcate*. În al doilea rând, *deformația în direcție normală pe bilă și dimensiunile petei de contact sunt cu cel puțin două ordine de mărime mai mici decât distanța dintre punctele teoretice de contact a două bile vecine în transmisia reală*. În consecință, tensiunile de contact care iau naștere în transmisie au caracter local, deci, în baza principiului Saint Venant, se pot lua în considerare, în analiza cu elemente finite, bile nu neapărat vecine. Singura condiție care trebuie impusă este aceea a poziționării echidistante a bilelor pe canalul corespunzător.

Dacă se iau în considerare toate bilele active în etapa de modelare geometrică a transmisiei, atunci numărul de contacte ce trebuie declarate în mediul de analiză cu elemente finite este:

$$N_{k_max} = k \cdot z \quad (10)$$

unde k este numărul punctelor de contact ale unei bile, iar z reprezintă numărul de bile active.

Optarea pentru generarea unui număr redus de corpuri de rostogolire $n < z$, *dispuse quasi-echidistant în jurul axei transmisiei*, duce la reducerea corespunzătoare a numărului de contacte ce trebuie declarate în mediul de analiză cu elemente finite și necesită corecția sarcinii axiale care se aplică transmisiei, după următoarea relație:

$$F_{\max_n} = F_{\max} / n \quad (11)$$

unde $n < z$ reprezintă numărul redus de bile.

Trebuie subliniat că reducerea numărului de contacte din analiza cu elemente finite nu reprezintă un

obiectiv legat de diminuarea volumului activităților de pre-procesare ale utilizatorului, ci în special, legat de posibilitatea rezolvării efective și eficiente a problemei, având în vedere că problemele în care apar contacte de tip „surface-to surface” sunt neliniare (chiar în cazul analizelor statice cu modele liniare de material) și, în consecință, crește necesarul resurselor hardware, [2], [3]. Reducerea numărului de bile se poate face, fie în etapa de modelare geometrică, fie în etapa de pre-procesare a modelului cu elemente finite, prin dezactivarea numărului dorit de bile, astfel încât bilele rămase să fie repartizate echidistant în jurul axei transmisiei.

Deoarece principala solicitare în transmisie este solicitarea de contact dintre bile și șurub, respectiv piuliță, este evident că studiul transmisiei din punct de vedere al stării de tensiune și de deformare generată de această solicitare, necesită doar ansamblul format din modelul geometric al părții din șurub care are canalul elicoidal, modelul geometric al piuliței și modelele geometrice ale bilelor din transmisie. În plus, având în vedere efectul local al solicitărilor de contact din transmisie, este suficient să fie considerată în analiza cu elemente finite numai zona în care sunt contactele dintre corpurile de rostogolire și șurub, respectiv piuliță.

- *Generare aproximativă 2D* – Având în vedere că solicitarea preponderentă într-o transmisie cu bile supusă acțiunii sarcinilor funcționale este, așa cum s-a afirmat și mai sus, solicitarea de contact care apare în zonele de contact ale bilelor cu șurubul și piulița și că dimensiunile petei de contact sunt foarte mici în raport cu dimensiunile globale ale organelor transmisiei (șurub, bile, piuliță), apare drept rațională reducerea problemei spațiale la o problemă plană, pentru care este necesară o geometrie 2D a transmisiei. În acest context, se poate considera în analiza cu elemente finite doar o parte a transmisiei obținută prin secționarea acesteia cu două plane longitudinale paralele, simetrice în raport cu un plan axial longitudinal al transmisiei. Se consideră ad priori că partea transmisiei determinată de cele două plane de secțiune conține bile plasate la distanțe egale cu pasul căilor de rulare și având centrele situate în planul axial longitudinal de simetrie. Practic, se modelează cu elemente finite doar o „fâșie” a transmisiei, având grosimea egală cu distanța dintre planele de secțiune. Evident, pentru ca problema să poată fi redusă la o problemă plană, este necesar ca grosimea fâșiei să fie mai mică în raport cu diametrul bilelor și, totodată, mai mare decât dimensiunile petei de contact dintre bilă și flancurile canalelor din șurub, respectiv piuliță.

Evident, această abordare va conduce la determinarea cu precizie acceptabilă doar a tensiunilor de contact aflate în planul longitudinal axial de simetrie, ceea ce este suficient pentru evaluarea comportării transmisiei la solicitarea de contact. Totodată, stările de tensiune din „fâșiile” corespunzătoare șurubului și piuliței, vor fi afectate de erori față de stările de tensiune reale, erori care vor crește odată cu depărtarea față de zonele de contact cu bilele.

Chiar cu rezerva dezavantajului evidențiat anterior, această abordare, poate oferi premisele evaluării corecte a contactului dintr-o transmisie cu bile.

După generarea modelului geometric al transmisiei, acesta este importat pe o platformă FEA, fiind suportul care stă la baza generării modelului cu elemente finite al transmisiei ce face obiectul studiului.

Principalele aspecte care trebuie luate în considerare în modelarea cu elemente finite a elementelor componente ale unei transmisii șurub-piuliță cu bile sunt următoarele:

- *Generarea rețelelor de discretizare cu elemente finite* – Tipul elementelor finite folosite depinde de tipul geometriei (geometrie 3D sau 2D). O problemă esențială ce trebuie rezolvată în această etapă este aceea a rafinării adecvate a discretizării în zonele de contact între bile și flancurile căilor de rulare, rafinare impusă de obținerea unor rezultate cu precizie satisfăcătoare. Deoarece dimensiunile petei de contact sunt foarte mici în raport cu dimensiunile componentelor transmisiei, amintita rafinare poate conduce la modele voluminoase, care vor genera modele numerice de calcul de mari

dimensiuni. În consecință, este de așteptat ca rezolvarea acestora să se facă cu un consum apreciabil de timp și de resurse hardware.

- *Declararea contactelor dintre bile și flancurile căilor de rulare din șurub, respectiv piuliță* - În general, contactele se declară ca fiind contacte de tip „surface-to-surface”. Dacă studiul transmisiei impune doar stabilirea tensiunilor de contact, nu este necesară declararea și a coeficientului de frecare între suprafețele în contact, iar analiza poate fi analiză statică, cu modele liniare de material. Dacă, în plus, se urmăresc și aspecte cinematice se vor declara și coeficienții de frecare aferenți, iar analiza trebuie să fie de tip MES (Mechanical Event Simulation). Tot analiză de tip MES este necesară în cazul în care se dorește studiul tensiunilor și deformațiilor ce se dezvoltă în organele transmisiei datorită sarcinii axiale variabilă în timp. Deoarece, așa cum s-a precizat anterior, problemele în care apar contacte între elementele structurale componente ale unui sistem mecanic, sunt probleme neliniare, iar rezolvarea modelelor numerice asociate se face prin metode iterative. Se poate ajunge astfel, la un consum apreciabil de timp și de resurse hardware.
- *Setarea unor parametri adecvați pentru analiza de tip MES* (atunci când se optează pentru o astfel de analiză) – În analizele de tip MES se setează o serie de parametri, dintre care cei mai importanți sunt cei legați de durata evenimentului simulat, precum și cei legați de asigurarea convergenței procesului iterativ de calcul din etapa de rezolvare a modelului numeric asociat modelului cu elemente finite.

4. Studiu de caz

Se propune drept studiu de caz, determinarea tensiunilor de contact și a deformațiilor locale, în zona contactului, pentru o transmisie șurub-piuliță cu bile, având 50 de bile active, solicitată de o forță axială maximă $F_{\max} = 30000 \text{ N}$, având diametrul nominal $d = 50 \text{ mm}$ și pasul $p = 8 \text{ mm}$, având căile de rulare cu profil ogival și contact în 4 puncte al bilelor active.

În figura 3 este redată geometria canalelor elicoidale din șurub și piuliță. Parametrii definatorii ai geometriei canalelor elicoidale au fost calculați cu relațiile de calcul recomandate în literatura de specialitate [1].

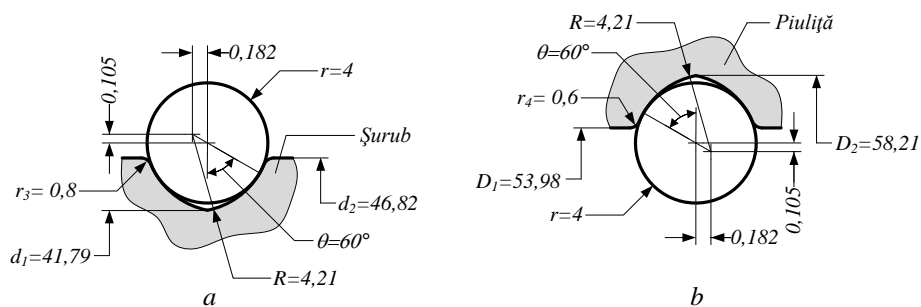


Fig. 3 - Geometria canalelor elicoidale
a – șurub; b - piuliță

Tensiunea maximă de contact, calculată cu relația (1) este $\sigma_0 \cong 2347 \text{ MPa}$.

O primă abordare a fost aceea de a folosi o geometrie 3D simplificată (vezi paragraful anterior) generată în Autodesk Inventor și modelul cu elemente finite generat și analizat în ALGOR. Au fost considerate 22 de bile, dispuse echidistant în canale circulare situate la distanțe egale cu pasul transmisiei. Ca urmare, au fost declarate 88 de contacte, iar forța axială a fost modificată corespunzător, folosind relațiile de calcul prezentate în paragraful anterior.

În urma analizei a rezultat că tensiunea echivalentă (după teoria a V-a de rezistență) maximă din zona de contact este $\sigma_{\max_vonMises} \cong 436.6 \text{ MPa}$, valoare inacceptabilă, datorită erorii mari față de

valoarea σ_0 , care, deși afectată de limitările detaliate în paragraful 2 al prezentului articol, este, cu siguranță mai apropiată de realitate.

Eșecul acestei abordări se datorează discretizării grosiere a zonelor de contact, discretizare care chiar în aceste condiții a dus la un model de calcul de mari dimensiuni, consecință directă a numărului mare de contacte declarate în model.

A doua abordare a folosit o geometrie aproximativă 2D, considerând 6 bile în contact. Au fost respectate principiile expuse în paragraful anterior. S-a efectuat o analiză MES, durata evenimentului simulat fiind $t_{event} = 2 s$. Forța axială a fost aplicată respectând o rampă dublă: crescătoare liniar de la zero la valoarea nominală în prima jumătate a evenimentului simulat și descrescătoare liniar de la valoarea nominală la zero, în celaltă jumătate a evenimentului simulat.

Incrementul inițial de timp a fost setat la valoarea $\Delta t = 0.002 s$, iar criteriul de convergență adoptat a folosit convergența în deplasări, toleranța acceptată fiind $\delta = 0.001 mm$.

În urma rezolvării modelului numeric asociat, s-a obținut o tensiune echivalentă maximă cu valoarea $\sigma_{max_vonMises} \cong 2623 MPa$ (vezi fig. 4), valoare care prezintă o abatere de numai 11.8% față de valoarea σ_0 , având în vedere discretizarea destul de grosieră din zonele de contact ale bilelor cu șurubul și piulița, Deformația rezultantă maximă obținută a fost $\Delta_{max} \cong 0.03 mm$. Se menționează că densitatea relativ mică a discretizării a fost motivată de rezolvarea modelului într-un timp rezonabil.

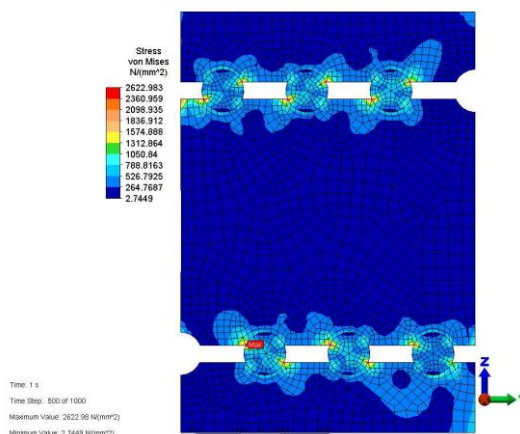


Fig. 4 – Distribuția de tensiuni von Mises la momentul când sarcina a atins valoarea nominală

5. Concluzii

Analiza statică sau dinamică a tensiunilor de contact și a deformațiilor locale din zona de contact ce apar în transmisiile cu bile este o problemă delicată, datorită dimensiunilor foarte mici ale petei de contact în raport cu dimensiunile globale ale organelor în contact. Din acest motiv, pentru a „surprinde” fenomenul contactului într-o analiză cu elemente finite, sunt necesare rafinări ale discretizării care, în zonele de contact, trebuie să asigure elemente finite cu laturi mai mici decât dimensiunile petelor de contact.

Satisfacerea acestei cerințe, impusă de precizia necesară a rezultatelor obținute, duce la modele de calcul, care, deocamdată, pot fi rezolvate numai cu sisteme de calcul cu importante resurse hardware și, eventual, lucrând în rețele dedicate.

Bibliografie

- [1] Gafițanu M., Mocanu D., Pavelescu D., Crețu S., ș.a. - *Organe de mașini*, vol. 1, Editura Tehnică, București, 1981
- [2] Dumitrache P. - *Modelarea structurilor de rezistență cu ajutorul metodei elementelor finite*, Editura Impuls, București, 2003;
- [3] Dumitrache P. - *Considerații asupra modelării eficiente a realității în analiza cu elemente finite* - al XVI-lea Simpozion Național de Utilaje pentru Construcții – SINUC 2010, ISBN-978-973-100-144-9, 16-17.12.2010, București.