

# CURBA RAILSBACK MODIFICATĂ A UNUI PIAN GEBRUDER STINGL WIENN

Prof. dr. Mihaela PICU, Stud. Gabriela MILITARU

Centrul Regional Interdisciplinar de Cercetare în domeniul Poluării Vibro-Acustice și Calității Ambientale,  
Universitatea „Dunărea de Jos” din Galați

**Abstract:** This paper studies, based on a mathematical model of the vibrant string, the way in which a piano wire, tuned at a frequency of 330Hz behaves when hit in different spots. The relative swing of the vibrant string, the harmonics swing and the harmonics phase are calculated for the following situations: the wire is hit in the middle, at a third, a quarter, a fifth and a tenth of its length. It was also studied the shape of the Railsback curve for a Gebruder Stingl Wien (1911) piano, explaining the appearance of the inharmonicities for this particular case.

**Cuvinte cheie:** model matematic, coardă vibrantă, armonice, analiză Fourier, curba Railsback

## 1. INTRODUCERE

În această lucrare este studiat modul în care diferă curba Railsback obținută pe un pian Gebruder Stingl Wien (1911), catalogat și restaurat, față de cea teoretică.

Curba Railsback, a fost prima dată trasată de O.L. Railsback; ea exprimă diferența dintre scala unui pian acordat și scala egală-temperată (scala în care frecvențele notelor succesive sunt legate printr-un raport constant  $\sqrt[12]{2}$ ) [6].

Pentru a realiza acest studiu, mai întâi s-a studiat modul în care vibrează coarda de pian MI din octava C4 în scala muzicală egal temperată care vibrează la lovirea în diferite puncte. În acest sens s-au trasat armonicele unei corzi vibrante.

Sistemele vibrante liniare, precum corzile pianului, au frecvențe proprii în planul complex C. Dacă aceste sisteme sunt caracterizate de ecuația [4]:

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{2\pi} u \quad (1)$$

$$u(t) = e^{\frac{\lambda t}{2\pi}} u(0) \quad (2)$$

unde  $u$  reprezintă ecuația de propagare a undei, iar  $\lambda$ , valoarea proprie corespunzătoare.

Armonicele unui sunet fundamental, sunt vibrații sinusoidale ale căror frecvențe sunt un multiplu întreg al unei frecvențe fundamentale (figura 1) [3], [7].

Se constată practic că o coardă a unui instrument muzical (pian, vioară, țambal etc.) vibrează nu numai în întregul ei (emițând sunetul numit fundamental), dar și pe porțiuni (simultan 1/2, 1/3, 1/4 etc. din lungimea ei), producând sunete tot mai înalte, numite armonice. Notând cu  $f$  frecvența sunetului fundamental, sunetele seriei armonice au frecvența  $2f$  (dublă),  $3f$  (triplă), ș.a.m.d. [1], [2].

Intensitatea ( $I$ ) cu care sunt produse armonicele descrește odată cu înălțimea lor, dar nu în mod regulat. Natura coardei, modul de excitare a vibrațiilor (prin arcuș, lovire sau altfel), caracteristicile cutiei de rezonanță a instrumentului considerat, etc, creează diferențe între intensitățile armonicilor, unele fiind mai slabe, iar altele putând chiar lipsi.

Armonicele prezente în spectrul unui sunet și intensitatea fiecăreia determină global senzația de timbru proprie instrumentului considerat, după care acesta poate fi recunoscut cu urechea.

Johann Sebastian Bach a introdus noțiunea de scară uniform temperată (scara cu 12 sunete standard) în muzică. Notele sunt **A, A#, B, C, C#, D, D#, E, F, F#, G, G#** (Tab. 1) [5].

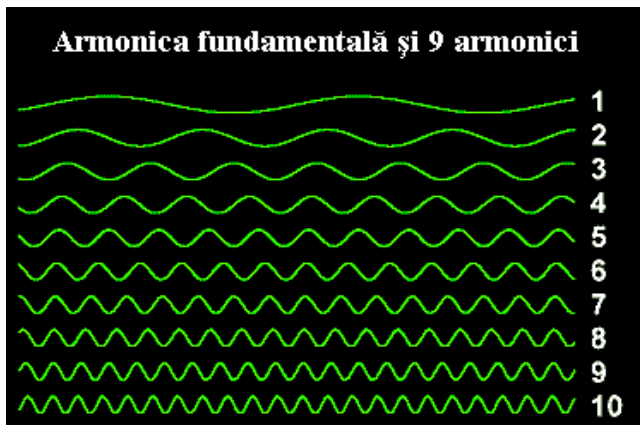


Fig. 1 Armonicele unei unde sinusoidale

Tab. 1 Frecvența notelor în octava C4 în scala muzicală egal temperată

Nr.	Nota	Frecvența (Hz)
1	DO	$440/(1.0595)^9 \approx 261.6$
2	DO#	$440/(1.0595)^8 \approx 277.2$
3	RE	$440/(1.0595)^7 \approx 293.7$
4	RE#	$440/(1.0595)^6 \approx 311.1$
5	MI	$440/(1.0595)^5 \approx 329.6$
6	FA	$440/(1.0595)^4 \approx 349.2$
7	FA#	$440/(1.0595)^3 \approx 370$
8	SOL	$440/(1.0595)^2 \approx 392$
9	SOL#	$440/(1.0595)^1 \approx 415.3$
10	LA	$440/(1.0595)^0 \approx 440$
11	LA#	$440 \times (1.0595)^1 \approx 466.2$
12	SI	$440 \times (1.0595)^2 \approx 493.9$
1	DO	$440 \times (1.0595)^3 \approx 523.2$

## 2. STUDIU DE CAZ

Se consideră o coardă de la un pian Gebruder Stingl Wien (1911), catalogat și restaurat, perfect flexibilă, pentru care nu există pierderi interne de energie sau pierderi la punctele de prindere; de asemenea, nu există o amortizare datorată aerului din jur. Lungimea corzii este de  $L=65\text{cm}$ , densitatea este  $\rho=1.15\text{g/cm}^3$ , iar raza este  $r=0.032\text{cm}$ . Aceste valori corespund corzii E (MI) din octava principală. În această situație, tensiunea din coardă are valori cuprinse între 50 și 80N [2]. Se face acordul, prin stabilirea tensiunii la  $T=67.09\text{N}$ , la frecvența  $f=329.63\text{Hz} \approx 330\text{Hz}$ .

Analiza sunetelor a fost făcută cu Analizorul de semnal, Agilent 35670A și Donometrul Blue Solo (figura 2).

### 2.1 Amplitudinile relative ale corzii vibrante

În figurile de mai jos sunt prezentate amplitudinile relative ale corzii vibrante în funcție de punctul în care este lovită coarda.

#### a) Coardă lovită la mijloc

Variația amplitudinii relative este reprezentată în figura 3. Se observa că prima și a treia armonică (albastru și maro) au cele mai mari valori.

#### b) Coardă lovită la o treime din lungimea sa

Variația amplitudinii relative este reprezentată în figura 4. Se observa că prima și a doua armonică (albastru și verde) au cele mai mari valori.

#### c) Coardă lovită la un sfert din lungimea sa

Variația amplitudinii relative este reprezentată în figura 5. Se observă că, pe lângă prima și a doua armonică (albastru și verde), și cea de-a treia armonică (maro) are o valoare suficient de mare.

De asemenea, se vede că aceste amplitudini nu scad uniform, ci aproape sinusoidal, adică o creștere, respectiv o descreștere a energiei distribuite în toată lungimea corzii [1].

#### d) Coardă lovită la o cincime din lungimea sa

Aceste armonice sunt sinusoidale de energie; aparent, toate frecvențele au o valoare pozitivă în punctul de lovire. Acest lucru determină faza lor. Variația amplitudinii relative este reprezentată în figura 6.

#### e) Coardă lovită la o zecime din lungimea sa

Se constată că punctul de lovire se găsește la capătul corzii, deci armonicile sunt mult mai mari. Celelalte nu au fost reprezentate. Variația amplitudinii relative este reprezentată în figura 7.

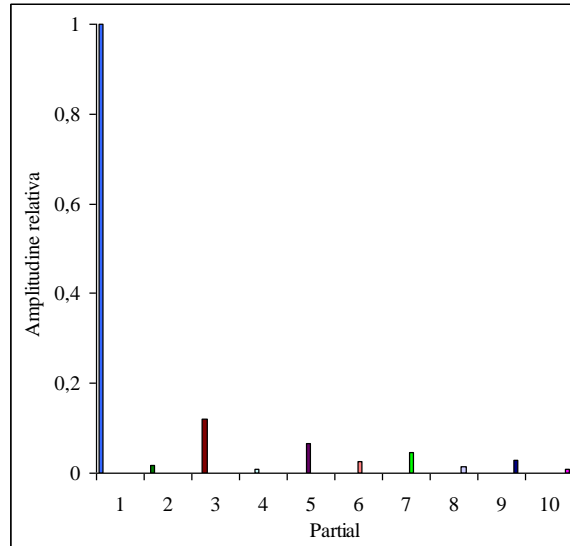


**Analizorul de semnal, Agilent 35670A**

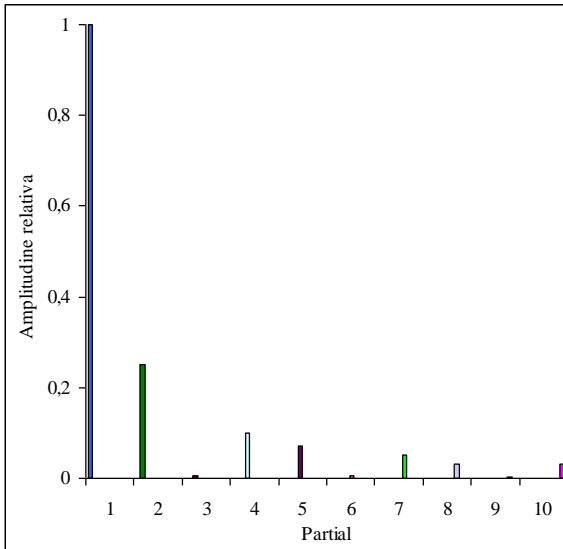


**Donometrul Blue Solo**

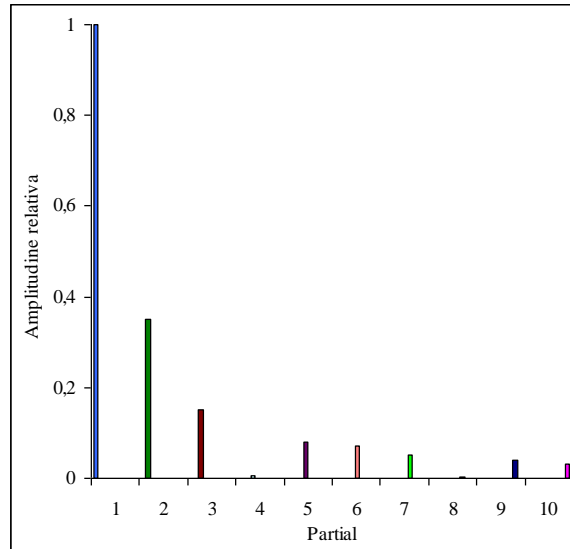
**Fig. 2 Echipament de analiză a sunetelor**



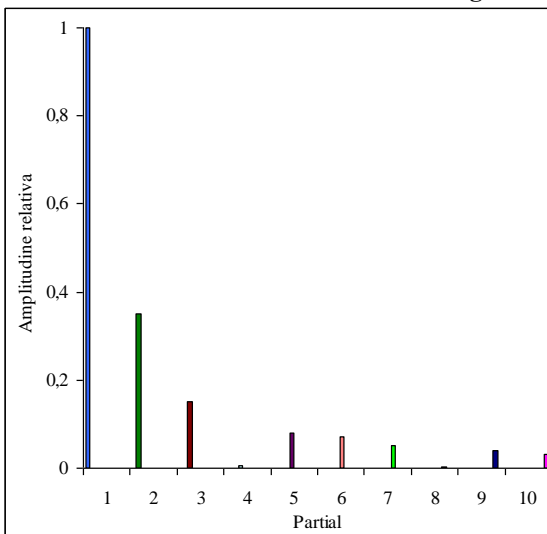
**Fig. 3 Variația amplitudinii relative, în cazul în care coarda este lovită la mijloc**



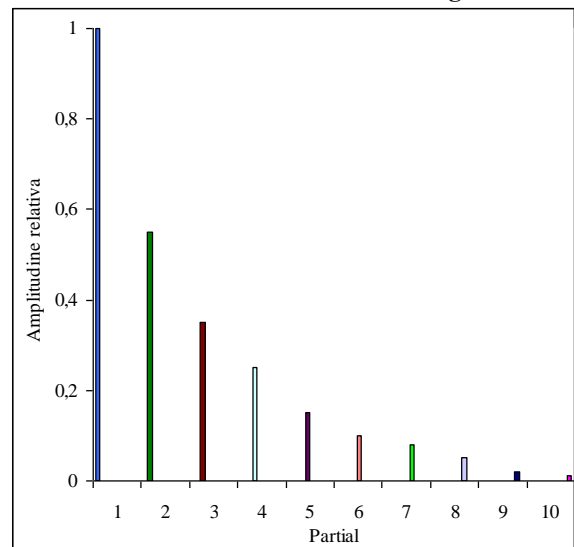
**Fig. 4 Variația amplitudinii relative, în cazul în care coarda este lovită la o treime din lungimea sa**



**Fig. 5 Variația amplitudinii relative, în cazul în care coarda este lovită la un sfert din lungimea sa**



**Fig. 6 Variația amplitudinii relative, în cazul în care coarda este lovită la o cincime din lungimea sa**



**Fig. 7 Variația amplitudinii relative, în cazul în care coarda este lovită la o zecime din lungimea sa**

Prima armonică, fundamentală, este pozitivă pe întreaga lungime a corzii.

A 2-a armonică este pozitivă în stânga punctului de lovire și negativă în dreapta.

A 3-a armonică are valori pozitive pe două treimi din lungimea corzii.

A 4-a armonică este pozitivă în punctul de lovire și la stânga capătului corzii și este negativă în dreapta acestui punct.

A 5-a armonică are un nod în punctul de lovire.

A 6-a armonică este pozitivă în punctul de lovire și la dreapta capătului corzii.

A 7-a armonică este pozitivă în punctul de lovire și negativă la dreapta capătului corzii.

A 8-a armonică este pozitivă în punctul de lovire și la dreapta capătului corzii.

A 9-a armonică: În acest caz, armonicile pare sunt simetrice; la capete sunt ori pozitive, ori negative. Se vede că a 9-a armonică trebuie să fie negativă la ambele capete ale corzii, pentru a fi pozitivă în punctul de lovire.

A 10-a armonică: În acest caz, armonicile impare vor fi întotdeauna asimetrice, la capete având o valoare pozitivă, respectiv, una negativă. Aici, există un nod în punctul de lovire.

## 2.2 Curba Railsback

Railsback a descoperit că pianele nu sunt acordate corect, nu din cauza lipsei de precizie, ci din cauza nearmonicității dintre octave. În mod ideal, o serie armonică a unei note constă în a găsi seria frecvențelor care sunt multipli întregi ai frecvenței notei fundamentale. Nearmonicitatea se datorează unor erori ai calculului multiplilor frecvenței notei fundamentale.

La un pian corect acordat corzile tuturor octavelor sunt normal tensionate. În cazul pianului studiat, corzile octavelor corespunzătoare notelor joase, respectiv a notelor înalte sunt extrem de tensionate, pe când cele corespunzătoare mijlocului claviaturii sunt întinse normal tensionate.

Forma curbei Railsback obținută în cazul studiat prezintă armonicile mult mai clare; se constată o totuși o nearmonicitate la octava 1 și a 5-a. În general, curba este monoton crescătoare pentru octavele 1 și 2, urmând o constanță aproximativă, pentru restul octavelor (figura 8).

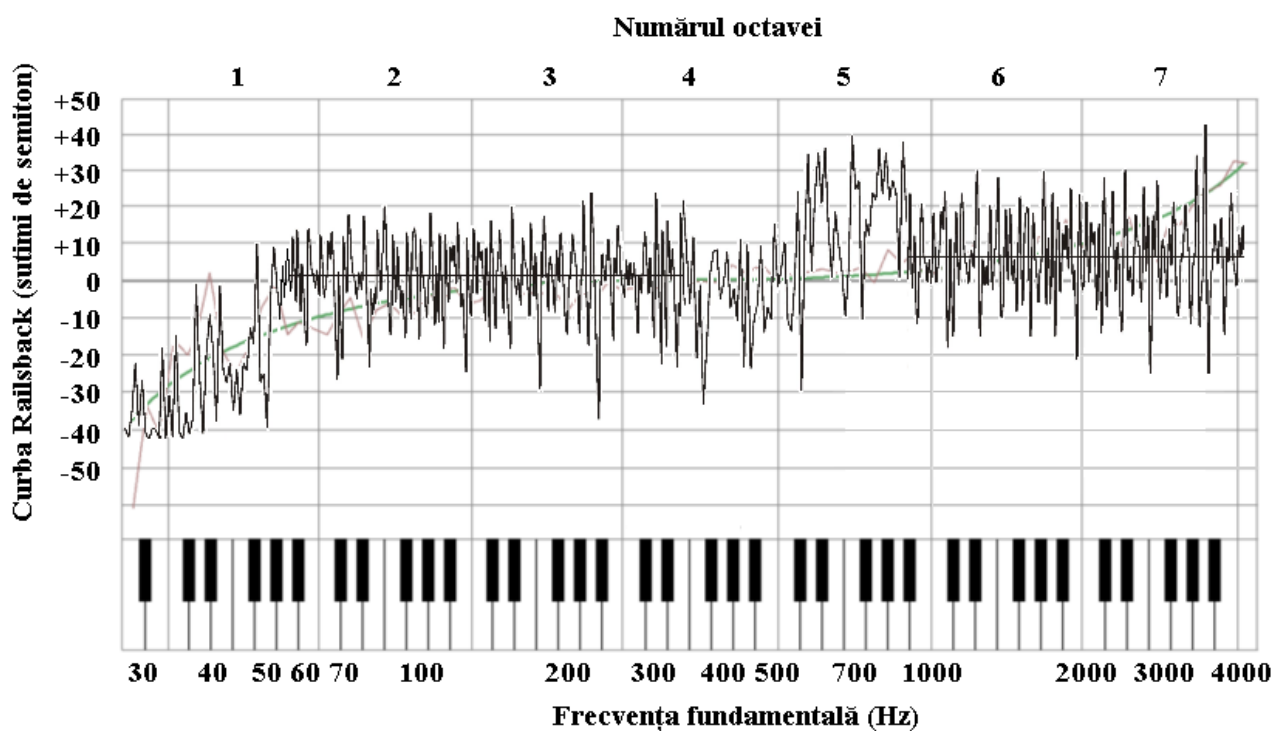


Fig. 8 Curba Railsback

— Curba unui pian corect acordat

— Curba Railsback

— Date experimentale - pian Gebrüder Stingl Wien

În cazul octavei 1, la apariția nearmonicității contribuie faptul că, în această zonă, corzile au grosimi considerabil mai mari decât în restul situațiilor.

În registrul bas, un al doilea factor care conduce la nearmonicitate este dat de forma cutiei de rezonanță, care este unică pentru fiecare pian în parte.

Nearmonicitatea octavei a 5-a este cauzată în primul rând de rigiditatea corzilor, deoarece aceste corzi au fost înlocuite cu unele noi în urmă cu 4 ani.

## 5. CONCLUZII

În această lucrare a fost prezentat modul în care se comportă o coardă de pian acordată la frecvența de 330Hz, la lovirea acesteia în diferite puncte.

Ca orice sistem fizic, și coarda vibrantă va tinde să-și atingă poziția de echilibru după ce trece printr-o serie de procese, pornind de la vibrația generatoare, apoi armonicile, până la stingerea sunetului.

Coarda studiată a fost aleasă astfel încât, pornind de la momentul inițial, de lovire a ei și generarea sunetului, până la momentul final, de atenuare totală a undei, să producă un sunet plăcut.

După analiza variației amplitudinii relative, în cazurile în care coarda este lovită la mijloc, la o treime, la un sfert, la o cincime și la o zecime din lungimea ei, s-a efectuat o analiză Fourier a coardei vibrante și s-a constatat că toate octavele undei staționare au o valoare maximă pozitivă în punctul de lovire.

De asemenea s-a studiat forma curbei Railsback pentru un pian Gebruder Stingl Wien (1911), explicându-se apariția nearmonicităților pentru acest caz particular.

Aplicând aceste considerente s-ar putea împerechea corzile înainte de montaj și modifica punctul de excitare a elementului vibrant, astfel încât un instrument produs în zilele noastre să aibă timbrul unui instrument vestit produs acum 2 secole.

## BIBLIOGRAFIE

- [1] Fritts, L. - *"Musical Instrument Samples,"* <http://theremin.music.uiowa.edu>, The University of Iowa.
- [2] Hansen, L. K., Lehn-Schiøler, T., Petersen, K. B. Arenas-Garcia, J., Larsen, J., Jensen, S. H. - *„Learning and cleanup in a large scale music database”*, EUSIPCO 2007, 2007
- [3] Martin, K.D. - *“Sound-Source Recognition: A Theory and Computational Model”* Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1999.
- [4] Picu, M. - *“Acustica”*, Editura ACADEMICA, Galați, România, 2003
- [5] Rosca, Justinian P. - *„Independent Component Analysis and Blind Signal Separation”*: 6th International Conference, ICA 2006, Charleston, SC, USA, March 5-8, 2006 : Proceedings
- [6] Young, R. W. - *„Inharmonicity of Plain Wire Piano Strings”*, The Journal of the Acoustical Society of America, vol 24 no. 3, 1952
- [7] Zhang, Y.-G., Zhang, C.-S. - *“Separation of Music Signals by Harmonic Structure Modeling,”* Advances in Neural Information Processing Systems 18 (2006), Volume: 18, Publisher: MIT Press, Pages: 1617-1624