MECANICA RUPERII ŞI METODA ELEMENTULUI FINIT

Mariana Petrescu, conf.univ.dr.ing. Facultatea de Utilaj Tehnologic – U.T.C.B.

Abstract

This paper describes the philosophy of implementing the finite element method in the event of a crack in the structure of the metallic material.

1. INTRODUCERE

După cum se cunoaşte, ruperea materialelor metalice este un fenomen complex, a cărei apariţie şi desfăşurare este generată de o multitudine de factori. Procesul ruperii materialelor metalice se desfăşoară în două faze:

▪ nucleaţia microfisurilor, determinată de mecanismele propagării şi blocării dislocaţiilor;

▪ dezvoltarea microfisurilor în fisuri macroscopice prin propagare sau coalescenţă.

Fenomenul propagării fisurii este din ce în ce mai greu de controlat în cazul materialelor elasto-plastice. Comportamentul plastic al materialelor este caracterizat prin aceea ca există o relaţie neunivocă între tensiuni şi deformaţii. Astfel se poate spune că în cazul plasticităţii există o deformaţie reziduală a materialului atunci când solicitarea exterioară încetează.

O situaţie mai complicată apare atunci când materialele plastice suferă o ecruisare pentru care tensiunea de curgere depinde de un anumit parametru *k* (de ecruisare).

Trebuie însă amintit faptul că orice deformaţie plastică este însoţită şi de o deformaţie elastică.

2. MECANISMUL RUPERII

Dintre modurile de rupere ale structurilor din oţel, cel mai spectaculos este cel fragil. Fenomenul care amorsează ruperea fragilă în oţel este acela al formării microfisurilor, având dimensiunea o dată sau de două ori mai mare decât dimensiunea grăunţilor.

La materialele metalice energia elastică ΔW_e produsă la propagarea fisurii, trebuie să acopere consumul de energie de suprafaţă ΔW_s, de energie cinetică ΔW_c şi de energie de deformare plastică ΔW_p a materialului din vecinătatea vârfului fisurii. Astfel, condiţia de propagare spontană a fisurii este:

$$\Delta W_e > \Delta W_s + \Delta W_c + \Delta W_p \qquad (1)$$

Griffith propune, drept criteriu pentru extensia fisurii preexistente, egalitatea dintre variaţia de energie a câmpului de tensiuni elastice şi energia superificială a suprafeţelor libere create prin amorsarea acestei fisuri.

Energia potenţială datorată producerii fisurii este:

$$W = W_e + W_s \qquad (2)$$

Se poate scrie:

$$W = 4a\gamma_{s_0} - \frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} \qquad (3)$$

în care: $4a\gamma_{s_0} = W_s$ – este energia consumată pentru crearea noii suprafeţe prin extensia fisurii;

$-\frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} = W_e$ – este energia elastică de deformaţie pe unitatea de grosime de material.

În funcţie de modul de deplasare al suprafeţelor de rupere în raport cu cel de extindere al fisurii se deosebesc trei moduri de rupere (de extindere a fisurii) notate cu I, II, III. Din punct de vedere practic, prezintă interes starea de solicitare corespunzătoare modului I de extindere a fisurii.

După Irwin, termenul dW_e / da reprezintă lucrul mecanic total efectuat la extinderea fisurii pe unitatea de arie şi este denumit rata energiei elastice eliberate pentru care se foloseşte termenul de *forţa pentru propagarea fisurii*:

$$\mathscr{G} = \frac{\pi \sigma^2 a}{E} \qquad (4)$$

La propagarea instabilă a fisurii rata energiei elastice eliberate în elementul metalic, sub acţiunea solicitărilor exterioare, atinge o valoare critică $\mathscr{G}_c$.

Rata energiei consumate pentru crearea unei noi suprafeţe prin extensia fisurii $dW_s / da = \mathscr{R}$ şi poartă denumirea de *rezistenţă la propagarea fisurii* sau curba $\mathscr{R}$.

În cazul materialelor fragile rezistenţa materilului la propagarea fisurii are valori egale, pentru creşteri ale lungimii fisurii astfel $\mathscr{R} = 4\gamma_0 = \text{ct}$. În cazul materialelor elasto-plastice până la declanşarea ruperii (finale) fisura parcurge mai multe stadii. Între stadiul I şi II se produce nuclearea lentă a fisurii sub încărcarea ciclică sau statică. Între stadiul II şi III se produce creşterea lentă a fisurii sub efectul încărcării ciclice sau statice.

Modul de propagare a fisurii subcritice este descris de curbele $\mathscr{R}$:

$$\mathscr{R} = \frac{\sigma^2 b}{E} \operatorname{tg} \frac{\pi a}{b} \qquad (5)$$

în care: b este lăţimea componentului metalic;

a este semilungimea fisurii.

Un parametru care defineşte mai direct câmpul de tensiuni din vecinătatea fisurii a fost introdus de Irwin şi anume *factorul de intensitate a tensiunii* (F.I.T.) notat cu K_{I} (pentru modul I de extindere al fisurii) care într-un plan nemărginit solicitat la întindere de tensiunea σ, are expresia:

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \ \text{ sau } \ K_I = \sigma\sqrt{\pi a}\, f\left(\frac{a}{b}\right) \qquad (6)$$

pentru domenii plane finite şi K_{Ic} pentru starea limită.

Componentele tensiunii într-un domeniu plan, solicitat la întindere după direcţia y, sunt:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2} \begin{bmatrix} 1 - \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2} \end{bmatrix} \qquad (7)$$

Calculând energia elastică eliberată prin propagarea fisurii, Irwin ajunge la relaţia:

$$\mathscr{G}_{\mathrm{I}} = \frac{K_I^2}{E'} \qquad (8)$$

în care E' are valoarea:

E – pentru starea plană de tensiune (S.P.T.) care se obţine în plăcile subţiri;

$\frac{E}{1-\nu^2}$ - pentru starea plană de deformaţie (S.P.D.) care se obţine în plăcile groase, în care ν este coeficientul lui Poisson.

După depăşirea zonei deformaţiilor liniar elastice, procesul de rupere se complică datorită apariţiei deformaţiilor plastice remanente şi deci a prezenţei unei enclave plastice la vârful fisurii, enclavă de rază r_p. În aceste condiţii Wells a definit o nouă mărime care caracterizează ruperea materialelor metalice şi anume *deplasarea de deschidere la vârful fisurii* (D.V.F.) notată cu δ:

$$\delta = \frac{4\sigma}{E}\sqrt{\left(a+r_p\right)^2 - x^2} \tag{9}$$

iar pentru situaţia critică a propagării fisurii

$$\delta_c = \frac{8R_e a}{\pi E}\log\sec\frac{\pi\sigma}{2R_e} \tag{10}$$

în care R_e este limita de curgere a materialului.

Criteriile K_{Ic} şi δ_c au domenii distincte de aplicare respectiv domeniul elastic şi plastic în zona adiacentă vârfului fisurii. Deoarece în practică este dificilă separarea domeniilor de aplicabilitate şi deci alegerea criteriului cel mai potrivit, s-a pus problema unei abordări unice care să cuprindă toate situaţiile în care se produce iniţierea şi extinderea fisurii. Această abordare este posibilă prin utilizarea *integralei J*, care oferă posibilitatea evaluării stării de tensiune sau de deformaţie în zona adiacentă vârfului fisurii.

Relaţia de definire a integralei J într-un câmp tridimensional este:

$$J = \int_{\Gamma}\left(w\,dy - \vec{t}\,\frac{\partial\vec{u}}{\partial x}\,ds\right) \tag{11}$$

în care: $\vec{t}$ este vectorul tracţiunii;

$\vec{u}$ – vectorul deplasare într-un punct;

Γ – conturul frontierei din jurul vârfului fisurii;

w – energia de deformare.

În cazul corpurilor liniare elastice şi al corpurilor cu deformaţii plastice limitate la vârful fisurii, J este egal cu forţa $\mathcal{G}$. pentru extinderea fisurii şi deci pentru stadiul critic

$$J_{Ic} = \mathcal{G}_{Ic} = \frac{1-\nu^2}{E}K_{Ic}^2 \tag{12}$$

3. STRUCTURI CU FISURI SI METODA ELEMENTULUI FINIT

Modelarea cu ajutorul elementului finit a unei structuri care conţine o fisură, poate folosi variaţia energiei potenţiale pentru două poziţii diferite din evoluţia fisurii.

În figura 1 se ilustrează felul grosolan a unei modelări prin elementul finit.

Energia este deci evaluată prin două poziţii diferite ale fisurii separate de o distanţă Δa:

$$\frac{d\pi}{da} \approx \frac{\pi_1 - \pi_2}{\Delta a} \tag{13}$$

Din cele prezentate anterior definirea mărimilor care evaluează starea de tensiune din vecinătatea unei fisuri şi condiţiile de propagare ale acesteia ţin seama de energia potenţială necesară producerii şi extinderii fisurii.

Alegerea mărimii potrivite pentru structura metalică studiată depinde de materialul utilizat de starea de tensiune din vecinătatea fisurii (S.P.T. sau S.P.D.)

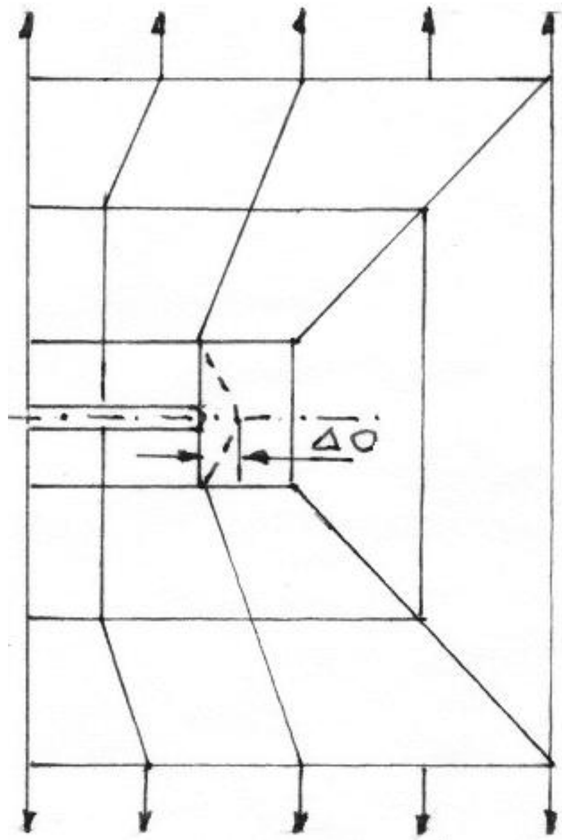

Figura 1.

Prezenţa fisurii într-un component metalic determină modificarea stării de tensiune. Astfel tensiunea efectivă în component se determină cu relaţia:

$$\sigma_{ef} = \sigma \cdot b / \left(b - 2a\right) \qquad (14)$$

pentru $b > 2a$, iar b este lăţimea componentului metalic.

Dacă $\sigma_{ef} \geq R_e$ în care R_e este limita de curgere a materialului atunci se reproiectează componentul metalic sau se schimbă materialul metalic.

Dacă $\sigma_{ef} < R_e$ atunci materialul are o comportare elastică în prezenţa fisurii şi starea de tensiune din vecinătatea fisurii se determină pe baza citeriului stabilit de ASTM prin E 399 – 83 (vezi relaţia 2.20 [1]).

4. CONCLUZII

Teoriile prezentate mai sus şi-au găsit aplicaţii practice imediate în domeniul construcţiilor metalice care cunosc o extindere foarte mare în condiţii complexe de lucru şi care necesită un grad de siguranţă şi fiabilitate din ce în ce mai mari.

Ruperile sunt iniţiate în zonele de concentrare a tensiunilor. Avantajele pe care le oferă oţelurile de înaltă rezistenţă (construcţii suple şi elastice) au făcut ca în ultimii ani acestea să fie mai folosite la construcţiile metalice, limita de curgere ridicată, apropiată de rezistenţa lor la rupere, deformaţiile plastice mici la rupere ale acestora, le apropie însă în comportare de materialele fragile. Tenacitatea lor este redusă, nu tolerează decât defectele mici şi cedează la apariţia unor fisuri mici.

Exigenţele privind siguranţa construcţiilor metalice necesită găsirea unor metode de calcul care să redea starea de tensiune în zonele puternic solicitate, cum este de exemplu metoda elementului finit.

În funcţiile de situaţiile concrete în care se face analiza stării de tensiune se poate folosi una din mărimile descrise în paragraful 2.

Pentru materialele cu o comportare preponderent elastică sunt preferate factorul de intensitate a tensiunii K_I, forţa pentru propagarea fisurii $\mathscr{G}_I$.

– Pentru materialele cu o comportare elasto-plastică sunt preferate: deplasarea de deschidere la vârful fisurii δ, rezistenţa la propagarea subcritică a fisurii sau curba $\mathscr{R}$ şi integrala *J*.

Criteriul integralei *J* prezintă o serie de limite rezultate din:

– caracterul tridimensional al expresiei integralei *J*, care restrânge această abordare, fie la S.P.D. sau la S.P.T.

– criteriul este inadaptabil cazurilor de propagare a unei fisuri care prezintă deformaţii plastice importante la vârful acesteia.

BIBLIOGRAFIE

1. PETRESCU, M. – Mecanica ruperii. Ed. Conspress. Bucuresti, 1999.
2. ZIENKIEWICZ, O.C. – La mèthode des éléments finis. New-York, 1979.