

# METODA ELEMENTULUI FINIT O SOLUȚIE ALTERNATIVĂ DE CALCUL ÎN STRUCTURILE CU FISURI

Mariana Petrescu, conf.univ.dr.ing. Facultatea de Utilaj Tehnologic – U.T.C.B.

## Abstract

In this paper it is presented an application of the finit element method during the crack propagation, using the J integral method.

## 1. INTRODUCERE

Stadiul actual de dezvoltare în mecanica ruperii permite utilizarea unor metode de evaluare – proiectare a structurilor cu un grad ridicat de siguranță, prin care să fie considerată și influența prezenței defectelor în structurile actuale (tot mai complete și cu condiții tot mai grele de exploatare). Se utilizează o serie de parametri prin care se ține seama de: poziția defectului, forma geometrică a acestuia, proprietățile mecanice ale materialului din care este realizată structura, regimul de exploatare (nivelul de solicitare, temperatura de lucru) și nu în ultimul rând forma geometrică a elementului de structură analizat.

Corespunzător acestor parametri s-au stabilit o serie de criterii de rupere, prin care se evidențiază din punct de vedere cantitativ o condiție referitoare la extensia fisurii: valoarea critică a factorului de intensitate a tensiunii  $K_{Ic}$ , a forței de extensie a fisurii  $\mathcal{G}_c$ , rezistența la propagarea subcritică a fisurii  $\mathcal{R}_c$ .

Mecanica ruperii din punct de vedere al perspectivei de dezvoltare, se poate orienta spre studierea următoarelor procese:

- apariția și concentrarea micro și macro fisurilor;
- studiul câmpului de tensiuni și deformații la vârful fisurii în cazul materialelor elasto-plastice, anizotrope;
- propagarea fisurii și criterii de propagare ale acesteia în cazul solicitărilor variabile cu caracter aleator.

Analiza fenomenelor prezentate mai sus nu se poate realiza decât prin utilizarea unor metode numerice și experimentale.

Prin metodele experimentale se pot determina tensiunile și deformațiile la suprafața corpului.

Metodele numerice se utilizează pentru determinarea distribuției de tensiuni și deformații la vârful fisurii.

Astfel integrala  $J$  poate fi utilizată pentru determinarea direcției de propagare a fisurii.

## 2. CONCEPTUL INTEGRALEI $J$

Conceptul integralei  $J$  a rezultat din examinarea bilanțului energetic și a fost introdus de Rice. Se consideră o placă finită, confecționată dintr-un material cu o comportare elastică, încărcată cu un sistem

de sarcini aplicate departe de locul unde este situată fisura. Energia totală pe unitatea de grosime este dată de:

$$U = U_0 + U_a + U_\gamma - F \quad (1)$$

unde:  $U_0$  – este energia corpului fără fisură;

$U_a$  – este variația de energie de deformație ca urmare a introducerii fisurii în structură;

$U_\gamma$  – este variația de energie dată de suprafața liberă generată de apariția fisurii;

$F$  – este lucrul mecanic al forțelor exterioare.

Rice introduce conceptul de integrală  $J$  plecând de la criteriul de stabilitate:

$$J = \frac{\partial}{\partial a}(F - U_a) \quad (2)$$

care reprezintă un echivalent neliniar al forței de extensie a fisurii.

Integrala  $J$  poate reprezenta în anumite condiții variația energiei elasto-plastice eliberate de sistem.

Pentru a se păstra independența de contur a integralei  $J$  este necesar ca pe contur să existe numai încărcări și deplasări în domeniul elastic; de aceea conturul de integrare trebuie să se aleagă cât mai departe de zonele plastice de la vârful fisurii.

Numai în acest fel variația energiei elasto-plastice eliberate poate fi obținută printr-un calcul în domeniul elastic.

Printr-o analogie cu forța exterioară a fisurii se poate defini și valoarea critică a integralei  $J$ , care reprezintă limita de la care se produce propagarea fisurii.

Pentru aplicațiile practice, un interes deosebit îl are variația integralei  $J$  funcție de variația lungimii fisurii.

Capacitatea de încărcare a unei structuri realizată dintr-un material metalic având o rezistență la rupere, poate fi substanțial crescută, dacă se permit creșteri ale fisurii (fără să apară ruperea totală). problema stabilității fisurii se rezolvă în același fel ca la analiza în domeniul elastic, dar folosind curba de rezistență la extinderea fisurii  $J - da$  și presupunând că, controlul creșterii fisurii se face cu ajutorul integralei  $J$ . Creșterea fisurii prin rotunjirea vârfului acesteia și propagarea stabilă a fisurii pot fi întrerupte de propagarea instabilă datorită clivajului, fie înainte sau după inițierea rupei ductile a fisurii, funcție de material.

Se poate defini un nou criteriu de cedare a materialului prin relațiile:

$$T = \frac{dJ}{da} \cdot \frac{E}{\sigma_0^2} \quad (3)$$

$$T_c = \frac{dJ}{d\Delta a} \cdot \frac{E}{\sigma_0^2} \quad (4)$$

unde:  $\sigma_0$  este media dintre limita de curgere a materialului și valoarea maximă a tensiunii de rupere.

Prin parametrul  $T$  se definește un nou criteriu de cedare a materialului:

$$J = J_c \text{ și } T < T_c \quad (5)$$

Acest criteriu poate fi aplicat numai în condițiile în care este valabil conceptul integralei  $J$  (adică numai la începutul propagării).

Direcția de propagare a fisurii poate fi estimată cu următoarea relație, stabilită pe baza criteriului tensiunii tangențiale maxime (criteriul Erdogan):

$$\theta_m = 2 \arctg \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{K_I}{K_{II}} \pm \sqrt{\frac{K_I}{K_{II}} + 8} \right) \right] \quad (6)$$

### 3. ANALIZA PROPAGARII FISURII FOLOSIND ALGORITMUL PENTRU DEZVOLTAREA FISURII

În prezent în activitatea de proiectare un obiectiv principal este acela al reducerii greutateii ansamblului sau subansamblului analizat (pentru obținerea unor structuri cât mai compacte etc.).

Astfel, pentru asigurarea unei compactități cât mai mari, în cazul proiectării unei cutii de viteză, reducerea greutateii roților dințate conduce la reducerea greutateii întregului ansamblu. În acest scop au rezultat roți dințate cu o coroană cât mai subțire. Reducerea dimensiunii coroanei crește probabilitatea ca roata dințată să cedeze în exploatare. Fisura inițiată la baza dintelui poate să se extindă: fie prin corpul dintelui, fie prin coroană.

Modul în care se propagă fisura are o importanță deosebită, deoarece în cazul în care fisura se propagă prin coroana centrală, are loc deteriorarea totală a roții dințate, fapt ce implică scoaterea din funcțiune a cutiei de viteze.

În continuare se realizează verificarea eficienței criteriului propus (al integralei  $J$ ) pentru determinarea direcției fisurii. Potrivit acestui criteriu, direcția de propagare a fisurii este cea corespunzătoare valorii maxime a integralei  $J$ .

Algoritmul pentru dezvoltarea fisurii presupune parcurgerea următorilor pași:

1. generarea structurii roții dințate;
2. încărcarea structurii și determinarea stării de tensiuni și deformații a roții dințate;
3. determinarea direcției de propagare a fisurii pe baza criteriului integralei  $J$ ;
4. determinarea coeficientului  $J_x$ ;
5. determinarea coeficientului  $J_y$ ;
6. determinarea unghiului de propagare a fisurii;
7. distrugerea elementelor pe direcția de propagare a fisurii;
8. determinarea noii stări de tensiune și deformații;
9. dezvoltarea fisurii prin repetarea etapelor (3, 6, 7).

În figura 1 este prezentată discretizarea unei roți dințate și a concentratorului de tensiune.

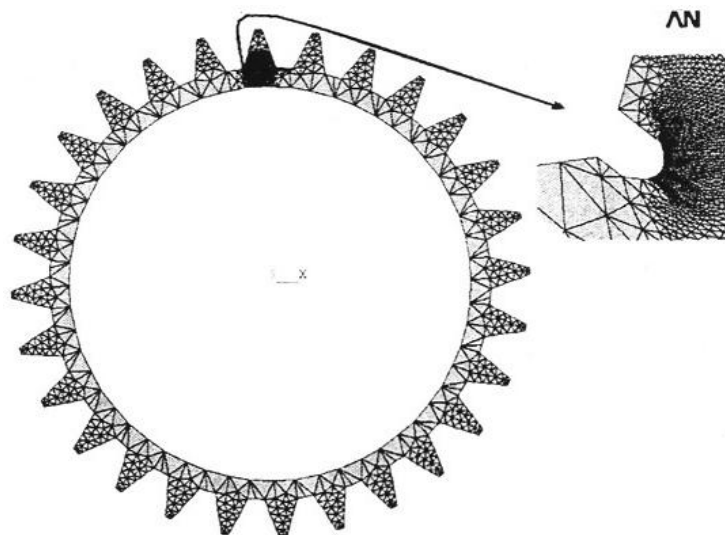


Figura 1

Pentru funcționarea cutiei de viteze este foarte important cum se propagă fisura.

• Dacă fisura se propagă prin corpul dintelui, cum se observă în figura 2, consecințele asupra funcționării cutiei de viteze nu sunt grave.

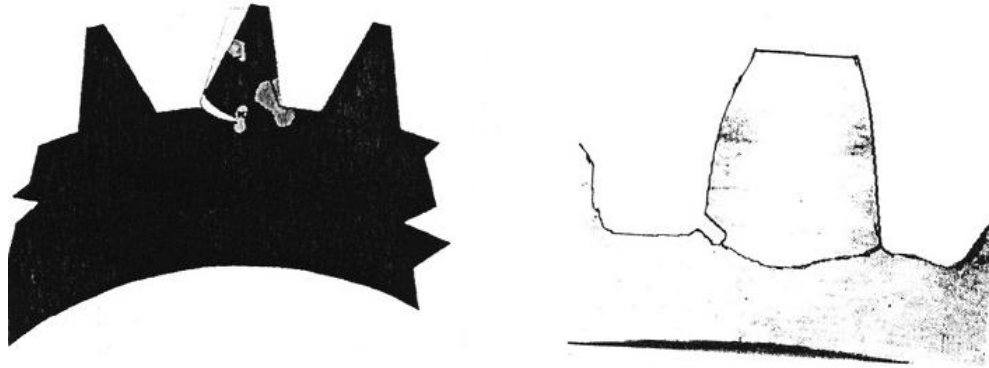


Figura 2

• Dacă fisura se propagă prin coroana centrală, cum se observă în figura 3, consecințele asupra funcționării cutiei de viteze sunt grave, conducând la scoaterea din funcțiune a acesteia.

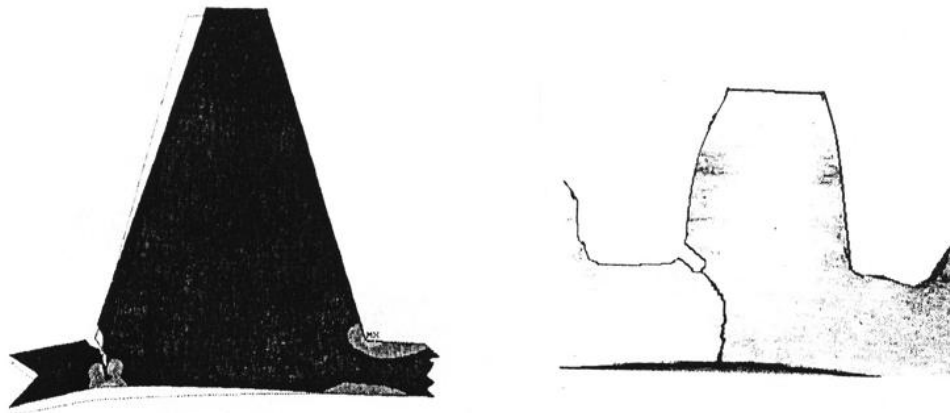


Figura 3

#### 4. CONCLUZII

Din cele prezentate privind propagarea fisurii prin aplicarea criteriului integralei  $J$  se pot exprima următoarele concluzii:

1. Aplicarea criteriului integralei  $J$  pentru determinarea direcției de propagare a fisurii conduce la obținerea unor rezultate promițătoare;
2. O influență importantă asupra propagării fisurii o au condițiile la limită impuse;
3. Analiza fenomenelor prezentate nu se poate realiza decât prin utilizarea unor metode numerice, o soluție analitică în cazul unui corp cu fisuri fiind posibil de obținut numai în cazuri simple de solicitare;
4. Ecuația în cazul ruperii elasto-plastice nu are aplicabilitate practică sau teoretică, ea având o formă foarte complicată;

Simularea propagării unei fisuri prin utilizarea metodei elementului finit se poate realiza prin două tipuri de proceduri:

- simularea propagării prin distrugerea elementelor finite de pe direcția de propagare;
- reconstruirea modelului, care să includă noua formă a fisurii.

#### BIBLIOGRAFIE

1. PETRESCU, M. – Mecanica ruperii. Ed. Conpress. Bucuresti, 1999.
2. \* \* \* – Seventh International Power Transmission and Yearling Conference, San Diego, California, 2006.