RUPEREA CA PROBABILITATE

Conf.univ.dr.ing. Mariana Petrescu
Universitatea Tehnică de Construcţii Bucureşti

ABSTRACT
This work offers a justification of the necessity of probabilistic approach in the crack process witthin the engineering calculus.

1. INTRODUCERE

Performanţele obţinute în toate domeniile tehnicii nu au făcut ca în secolul trecut şi chiar în zilele noastre să nu se mai producă avarii care au surprins pe specialişti prin lipsa explicaţiei şi a suportului ştiinţific justificator. Au apărut astfel probleme noi, care au cerut soluţii noi, concepte noi de proiectare şi de analiză a siguranţei structurilor de rezistenţă.

Realitatea industrială (tehnică), în special în cazul construcţiilor industriale mari cu zone de sudură importante, cu forme complexe, în cazul pieselor turnate, laminate, arată existenţa unor zone cu defecte multiple care nu pot fi modelate de repartiţii simetrice sau periodice şi nici de forme geometrice regulate.

Pentru rezolvarea acestor probleme s-a apelat la utilizarea principiilor şi metodelor probabilistice care să ia în calcul o serie de parametrii statistici ca: distribuţia defectelor, a câmpului de tensiuni şi deformaţii, a elementelor specifice de mecanica ruperii.

Astfel s-a recunoscut că analiza riscului, respectiv studiul fiabilităţii şi siguranţei structurilor se poate face numai pe baze statistice.

2. PARAMETRII PROBABILISTICI AI RUPERII

2.1. PREZENŢA ŞI DISTRIBUŢIA DEFECTELOR

Studiile la nivel microscopic arată că ruperea este un proces puternic localizat, dependent de imperfecţiunile microstructurii. Dislocaţii, vacanţe, impurităţi, microfisuri etc. reprezintă astfel de imperfecţiuni având în general o distribuţie şi o extindere aleatoare. Desigur aceste imperfecţiuni, sub acţiunea solicitărilor exterioare, constituie surse de concentrare a tensiunii la valori, care de asemenea are o distribuţie aleatoare. Ruperea nucleată pe aceste imperfecţiuni apar deci, ca un fenomen aleator.

În dezvoltarea concepţiei probabilistice despre rupere este esenţială – cuprinderea tuturor defectelor cu implicaţii în procesul de rupere, într-un concept unic care să reflecte ceea ce este caracteristic acestor defecte pentru iniţierea ruperii, independent de natura lor fizică detaliată. Esenţial în această concepţie este faptul că orice defect cu implicaţii auspra ruperii, reprezintă o formă oarecare de discontinuitate care generează concentrări locale de tensiune.

În cele ce urmează ne vom referi la denumirea generică de “defect” în sensul explicitat mai sus.

Considerăm că există o legătură între distribuţia defectelor şi probabilitatea de apariţie a ruperii într-un volum dat V de material. Ipotezele care se fac într-o astfel de problemă sunt:

a. în volumul de material considerat defectele au o repartiţie uniformă;
b. în volumul considerat există un singur defect de intensitate critică, care conduce la iniţierea ruperii.

Să considerăm două volume V şi V_1, care nu au părţi comune şi să notăm cu $P(V)$ şi $P(V_1)$ probabilitatea ca aceste volume să nu conţină defecte critice, adică probabilitatea ca ruperea să nu se producă. Evident, probabilitatea $P(V + V_1)$ rezultă din teorema probabilităţii evenimentelor independente:

$$P(V + V_1) = P(V) \cdot P(V_1) \tag{1}$$

sau diferenţiind în raport cu V obţinem:

$$\frac{d}{dV}P(V+V_1) = P(V_1)\frac{d}{dV}P(V) \tag{2}$$

din (1) şi (2) rezultă:

$$\frac{d}{dV}\ln P(V+V_1) = \frac{d}{dV}\ln P(V) = -c \text{ (constant)} \tag{3}$$

deoarece această relaţie este valabilă pentru orice volum V.

Considerând condiţiile la limită $P(0) = 1$ (existenţa unui defect necesită un volum finit) respectiv $P(\infty) = 0$, integrarea relaţiei (3) conduce la:

$$\int_0^{\ln P} d\ln P(V) = -c\int_0^V dV \tag{4}$$

$$P(V) = e^{-cV} \tag{5}$$

unde constanta c este o măsură a mediei cencentrării defectelor.

Dacă existenţa în volumul V a unui singur defect critic iniţiază ruperea, atunci probabilitatea de rupere P_R este complementara probabilităţii $P(V)$:

$$P_R(V) = 1 - P(V) = 1 - e^{-cV} \tag{6}$$

Probabilitatea de rupere exprimată prin relaţia (6) are un caracter general, care relevă imediat un efect al mărimii corpului. Astfel, probabilitatea de rupere creşte pe măsură ce creşte volumul corpului. Modelele probabilistice explică astfel esenţa efortului dimensional în procesul de rupere.

2.2. SOLICITĂRI ALEATOARE

Pentru structurile care lucrează în condiţii deosebit de grele este cunoscut faptul că sunt situaţii în care acţiunile exterioare nu sunt predictibile.

Efectul intensităţii tensiunii aplicate asupra probabilităţii de rupere poate fi introdus prin intermediul parametrului c. Weibull a propus o dependenţă a parametrului c în funcţie de tensiune, în forma:

$$c = \left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0}\right)^{\beta} \tag{7}$$

unde: σ_u, σ_0 şi β sunt parametrii empirici.

Efectul tensiunii aplicate poate fi introdus în relaţia (7) considerând că numărul defectelor critice n necesare iniţierii ruperii creşte pe măsură ce descreşte tensiunea aplicată σ.

Dată fiind importanţa practică a probabilităţilor de previziune a propagării fisurilor sub acţiunea solicitărilor aleatoare, s-a căutat să se găsească o posibilitate de corelare a acesteia cu rezultatele încercărilor de propagare sub sarcină variabilă cu amplitudine constantă.

Funcţia densităţii de probabilitate $p(\sigma)$ a intensităţii solicitării, defineşte probabilitatea ca o anumită valoare a tensiunii $\sigma(t)$ să fie cuprinsă la un moment dat t într-un interval $(\sigma, \sigma + \Delta\sigma)$ adică:

$$p(\sigma) = \lim_{\Delta\sigma \to \infty} \frac{P\left[\sigma < \sigma(t) \le \sigma + \Delta\sigma\right]}{\Delta\sigma} \tag{8}$$

Probabilitatea $P(\sigma)$ ca o valoare instantanee $\sigma(t)$ să fie mai mică sau egală cu o valoare dată σ defineşte funcţia de repartiţie sau funcţia de distribuţie a probabilităţii cumulate, care este dată de integrala funcţiei densităţii de probabilitate pe intervalul $(-\infty, \sigma)$:

$$P(\sigma) = \text{Prob}[\sigma(t) \le \sigma] = \int_{-\infty}^{\sigma} p(\sigma) d\sigma \tag{9}$$

Deoarece interesează intensitatea solicitărilor care depăşesc o anumită limită, este utilizată funcţia care descrie probabilitatea $P^*(\sigma)$ ca o valoare instantenee $\sigma(t)$ să fie mai mare decât o valoare dată:

$$P^*(\sigma) = \text{Prob}[\sigma(t) > \sigma] = \int_0^{\infty} p(\sigma) d\sigma \tag{10}$$

sau se poate scrie:

$$P^*(\sigma) = 1 - P(\sigma) \tag{11}$$

Atunci când variaţiile solicitării sunt suficiente pentru a induce într-un component al construcţiei metalice o degradare progresivă, riscul de rupere $\lambda(N)$ creşte cu numărul de cicluri N. Dacă solicitarea variabilă are amplitudine constantă, atunci expresia analitică a riscului de rupere se exprimă prin:

$$\lambda(N) = -\frac{1}{Q(N)} \cdot \frac{dQ(N)}{dN} \quad \left[\ln Q(N)\right] \tag{12}$$

unde $Q(N)$ este funcţia de fiabilitate.

Prin integrarea funcţiei (12) se stabileşte relaţia între funcţia de fiabilitate $Q(N)$ şi riscul de rupere $\lambda(N)$.

$$Q(N) = \exp\left[-\int_0^N \lambda(N) dN\right] \tag{13}$$

Corespunzător, funcţia de fiabilitate a componentului este dată de relaţia:

$$Q(N) = \exp\left[-\int_0^N \lambda(N) dN\right] = \exp\left[-\int_0^N \int_{R_r - \sigma_m}^{\max \sigma_a} p(\sigma_a) d\sigma_a dN\right] \tag{14}$$

unde: σ_m, σ_a, $\max\sigma_a$ sunt caracteristici ale ciclului de solicitare şi reprezintă probabilitatea cumulată de "supravieţuire" pe o durată de N cicluri a elementului considerat, atunci când este supus la o solicitare cu densitatea de probabilitate a amplitudinii tensiunii $p(\sigma_a)$.

3. CONCLUZII

Se ştie că ruperea este un proces complex la care pentru analizarea riscului de rupere, respectiv studiul fiabilităţii şi a siguranţei structurilor s-a apelat la metode statistice.

1. La nivel microstructural ruperea este un proces puternic, localizat dependent de imperfecţiuni ca dislocaţii, vacanţe, impurităţi, microfisuri având o distribuţie şi extindere aleatoare. Astfel probabilitatea de rupere creşte pe măsură ce creşte volumul corpului.

2. În practică probabilitatea de previziune a propagării fisurilor sub acţiunea solicitărilor aleatoare are o importanţă deosebită. Interesează în special intensitatea solicitărilor care depăşesc o anumită limită care să producă o degradare progresivă; riscul de rupere $\lambda(N)$ creşte cu numărul de cicluri N. Funcţia de fiabilitate reprezintă probabilitatea cumulată de "supravieţuire" pe o durată de N cicluri a elementului considerat.

BIBLIOGRAFIE

1. CIOCLOV D. – Rezistenţă şi fiabilitate la solicitări variabile. Ed. Facla, 1975.
2. CIOCLOV D. – Mecanica ruperii materialelor – Ed. Academiei Române, Bucureşti, 1977.
3. PETRESCU M. – Creşterea fiabilităţii maşinilor de ridicat în condiţii de exploatare la temperaturi normale şi joase, prin optimizarea alegerii materialelor utilizate în construcţia metalică a acestora. TEZA DE DOCTORAT – 1998.