ANALIZA REZULTATELOR EXPERIMENTARILOR CU PRIVIRE LA UZAREA FREZELOR DRAGILOR ABSORBANT REFULANTE

HEREA-BUZATU Constantin, sef lucr.dr.ing., Universitatea Tehnica de Constructii Bucuresti

This paper shows how to make the analysis of the results obtained from the experiments.

1. INTRODUCERE

În articolele [1],[2],[3],[4],[5],[6],[7],[8],[9] si [10] a fost prezentată determinarea experimentala a presiunii pe suprafaţa palelor frezelor şi a uzurii apărute în timpul utilizării acestora .

Reprezentarea datelor experimentale obţinute şi stabilirea unei dependenţe între factorii fizici luaţi în seamă şi presiune, respectiv uzură, s-a făcut sub formă tabelară şi grafică.

Reprezentarea datelor prin tabele prezintă o serie de avantaje exprimate prin asigurarea unei scrieri compacte şi accesibile pentru citire. Folosirea diferitelor tipuri de tabele este dictată de o serie de necesităţi practice [11]. Astfel, nu se cunoaşte formula matematică prin care se exprimă valoarea unei mărimi oarecare (numită funcţie) în funcţie de valoarea altei (altor) mărimi (numită argument), dar se cunoaşte valoarea funcţiei pentru diferite valori ale argumentului. În acest caz singura posibilitate de indicare a dependenţei funcţiei de argumentul respectiv este alcătuirea unui tabel în care pe o coloană se scriu valorile argumentului, iar pe o altă colonă valorile corespunzătoare ale funcţiei.

În practica efectuării unor calcule concrete se întâlnesc foarte des funcţii date sub formă de tabele. Fiecare tabel conţine valorile funcţiei pentru un număr finit de valori ale argumentului cuprins într-un interval finit [*a, b*]. Dacă se notează valorile argumentului dintr-un tabel oarecare cu $x_0, x_1, x_2 ... x_n$, atunci valorile corespunzătoare ale funcţiei $f(x)$ vor fi: $f(x_0)$, $f(x_1)$, $f(x_2)...f(x_n)$ sau $y_0, y_1, y_2...y_n$.

Se întâmplă ca în procesul efectuării calculelor să fie necesară valoarea funcţiei într-un punct cuprins între valorile argumentului din tabelul repectiv. Pentru calcularea suficient de rapidă şi cu o precizie corespuzătoare a valorii funcţiei pentru o valoare a argumentului cuprinsă între x_i şi x_{i+1}, se efectuează operaţia numită *interpolare*, acţiune supranumită şi „arta de a citi printre rândurile unui tabel."

Într-un sens mai larg interpolarea este o operaţie inversă tabelării. Adică prin tabelare o funcţie oarecare $f(x)$ se înlocuieşte printr-un tabel, iar prin interpolare se găseşte o funcţie $F(x)$ care să stabilească relaţiile:

$$y_0 = f(x_0) = F(x_0)$$
$$y1 = f(x1) = F(x1)$$
$$y2 = f(x2) = F(x2) \tag{1}$$

$$\vdots$$
$$y_n = f(x_n) = F(x_n)$$

Funcţia Fx) este funcţia de interpolare sau funcţia de aproximare a datelor din tabelul studiat.

Funcţia $f(x)$ reprezintă dependenţa $y = f(x)$ pentru orice valoare a variabilei independente x, iar funcţia $F(x)$ coincide cu funcţia $f(x)$ numai în punctele: x_0, x_1, $x_2 \ldots x_n$.

Foarte des datele obţinute în urma efectuării unor experimente se reprezintă prin grafice. Dacă, de exemplu se măsoară valorile mărimii y pentru diferite valori ale mărimii x, se obţin perechile de valori:

$$x_0, x_1, x_2 ... x_n \qquad (2)$$
$$y_0, y_1, y_2 ... y_n$$

Pentru reprezentarea grafică a datelor de mai sus (2) se utilizează, cu foarte puţine excepţii, sistemul obişnuit de coordonate rectangulare. De obicei pe axa orizontală (axa absciselor) se reprezintă, la o scară aleasă, valorile $x_0, x_1, x_2 ... x_n$, iar pe axa verticală (axa ordonatelor) se reprezintă valorile funcţiei $y = y(x)$, adică $y_0, y_1, y_2 ... y_n$.

Intersecţile perpendicularelor pe axa absciselor în punctele $x_0, x_1, x_2 ... x_n$, cu perpendicularele pe axa ordonatelor în punctele $y_0, y_1, y_2 ... y_n$, se reprezintă prin puncte pe graficul respectiv.

Se pot construi şi grafice spaţiale, tridimensionale, luând pe două dintre axe valori pentru două argumente x şi y, iar pe cea de a treia axă valori pentru funcţia dependentă de x, y

$$z = f(x, y) \qquad (3)$$

Aşadar, prin reprezentarea grafică a datelor experimentale fiecărui perechi de valori (x_i, y_i) îi corespunde un punct pe graficul respectiv. Aceleaşi perechi de valori sunt însă deja reprezentate într-un tabel în care au fost trecute în timpul experimentărilor. Se naşte întrebarea firească,de ce este necesară reprezentarea grafică dacă se dispune de tabele corepunzătoare cu perechile de valori (x_i , y_i).

Reprezentarea datelor prin tabele este o etapă absolut necesară, deoarece dacă nu dipunem de tabele nu putem realiza reprezentarea grafică. Reprezentarea grafică a datelor obţinute experimental este o etapă ce urmează reprezentării prin tabele şi prezintă unele avantaje faţă de aceasta. Nu se pune niciodată problema alegerii între reprezentatrea tabelară şi cea grafică a datelor, se pune însă problema avantajelor pe care le obţinem dacă, pe lângă reprezentarea prin tabele a datelor, realizăm şi reprezentarea grafică a acestora.

Unele dintre aceste avantaje ar fi următoarele:

– reprezentarea datelor prin grafice permite stabilirea unor caracteristici ale dependenţei mărimii y de mărimea x, care nu pot fi determinate dacă ne limităm numai la reprezentarea tabeleră. Astfel se pot stabili, cu aproximaţie punctele de intersecţie ale curbei experimentale cu axa absciselor sau cu axa ordonatelor, maximele şi minimele, punctele de inflexiune, panta curbei experimentale, caracteristicile de periodicitate în şirul de date experimentale.

Aceste caracteristici pot fi scăpate din vedere la examinarea tabelelor sau pot fi puse în evidenţă numai după o examinare foarte atentă.

– reprezentarea grafică a datelor permite efectuarea rapidă a interpolării. Deşi prin interpolarea grafică se obţin valori mai puţin precise decât prin aplicarea formulelor de interpolare ale lui Newton, această metodă prezintă avantaje datorită simplităţii sale. Dacă prin punctele experimentale trece o curbă destul de netedă , interpolarea grafică furnizează rezultate destul de precise. Precizia metodei este determinată în mare măsură de alegere scării de reprezentare a datelor pe cele două axe;

– unul din cele mai mari avantaje oferite de reprezentarea datelor prin grafice este acela că „dintr-o singură privire” avem o imagine intuitivă asupra dependentei funcţionale a mărimii *y* de mărimea *x*. Reprezentare tabelară nu oferă o asemenea reprezentare intuitivă;

– reprezentarea grafică a datelor experimentale ne permite să ne dăm mai bine seama dacă acestea conduce la o dependentă teoretică cunoscută. Putem avea domenii ale valorii argumentului în care datele experimentale se abat substanţial de la o dependenţă teoretică considerată, iar în alte domenii datele experimentale sunt în concordanţă cu formula respectivă;

– un alt avantaj al reprezentării datelor prin grafice îl constituie şi faptul că din graficul dependenţei mărimii *y* de mărimea *x*, putem să ne dăm seama, cu o anumită aproximaţie, care ar fi formula empirică cea mai indicată prin care am putea aproxima curba experimentală obţinută.

2. NECESITATEA UTILIZARII METODELOR STATICE IN TRIBOLOGIE

Necesitatea utilizării metodelor statistice în studiul uzurii este dovedită de însuşi caracterul aleatoriu al fenomenului de uzare, generat de variaţia întâmplătoare a factorilor de influenţă a uzurii .

Astfel, geometria şi tipul cuplei de frecare pot evolua în timpul uzării conducând la modificarea suprafeţei de contact şi deci la modificarea presiunii de contact, a regimului de ungere şi deci a vitezei de uzare.

Schimbarea regimului de ungere poate genera, de asemenea apariţia nesistematică a altor regimuri de frecare decât cele aşteptate.

Variaţia condiţiilor de funcţionare (sarcină, temperatură) este de cele mai multe ori întâmplătoare. Drept urmare şi variaţia vitezei de uzură va fi întâmplătoare în timp sau de–a lungul unei curse a cuplei de frecare.

În condiţii de extremă presiune influenţa sarcinii este foarte importantă, dată fiind reducerea grosimii filmului de lubrifiant şi trecerea în regim de deformare plastică a microneregularitătilor.

Starea suprafeţei, definită de microgeometrie şi de straturile superficiale, suferă în timpul frecării o variaţie considerabilă. În primul rând, contactul între vârfurile microneregularitătilor are un caracter net statistic, generat de însăşi distribuţia statistică a înălţimilor acestora.

Pe de altă parte, uzarea sculelor aşchietoare introduce în timpul operaţiilor de prelucrare mecanică o distribuţie statistică a rugozităţii, dacă se consideră un lot de piese cu influenţă atât în perioada uzării iniţiale cât şi după rodaj.

Apoi distrugerea şi refacerea prin ecruisare a stratului superficial depind de regimul de sarcină şi au deci un caracter aleatoriu, influenţând în consecinţă uzura.

Natura şi structura materialelor ce alcătuiesc cupla de frecare constituie alţi factori de influenţă.

Spre exemplu, dacă ne referim la uzura organelor de săpare ale utilajelor de construcţii, numărul particulelor de o anumită dimensiune sau cu o anumită morfologie şi cu o anumită duritate este în mod cert o variabilă aleatoare .

Dacă se cosideră materialele metalice, mărimea şi distribuţia grăunţilor, cu influenţă directă asupra caracteristicilor mecanice ale materialelor respective sunt de asemenea variabile aleatoare.

Totodată deformarea grăunţilor în stratul superficial ca şi eventualele transformări de fază, ce conduc la modificarea caracteristicilor mecanice sunt factori ce fac din uzare un fenomen aleatoriu.

Dincolo de fenomenul propiu-zis al uzării, punerea în evidenţă a uzurii presupune operaţia de măsurare care prin precizia limitată a aparatelor, variaţia condiţiilor obiective de măsurare şi subiectivitatea observatorului este un proces aleatoriu.

Pe de altă parte metodele statistice moderne permit planificarea experimentală în scopul reducerii volumului de încercări, în condiţiile controlării riscului de estimare incorectă, în raport cu maniera clasică de abordare a studiului influenţei diferiţilor factori asupra unui proces care presupune analiza influenţei unui factor cu menţinerea constantă a celorlalţi.

De asemenea, în cazul unor fenomene în care factorii de influenţă sunt complecşi şi se intercondiţionează, în care mecanismele de desfăşurare a procesului sunt multiple şi greu de controlat, ca în cazul uzării, este, de cele mai multe ori, mai comod şi mai eficient să se genereze **o ecuaţie care să introducă ponderea diferiţilor factori de influenţă**, decât să se caute o relaţie care să descrie analitic fenomenul, statistica aplicată este capabilă să dea răspuns acestei probleme. Se poate spune deci că statistica constituie un aparat matematic necesar tribologiei.

3. REPREZENTAREA DATELOR OBTINUTE EXPERIMENTAL PRIN CORELATII

Etapa următoare în procesul de prelucrare a datelor obţinute experimental o constituie reprezentarea lor prin corelaţii, adică pe baza tabelelor şi a graficelor corepunzătoare, să exprimăm mărimea y în funcţie de mărimea x printr–o expresie matematică, $f(x)$.

În cazul interpolării se constată că se poate alege un polinom de un grad oarecare cu ajutorul căruia este posibilă reproducerea punctelor experimentale, cu o precizie suficientă. Metoda interpolării este foarte utilă pentru aflarea valorii funcţiei între punctele experimentale, dar de foarte multe ori polimomul de interpolare nu este corespunzător pentru a reprezenta datele experimentale respective prin formule. Stabilirea valorii funcţiei pentru diferite valori ale argumentului x se face experimental şi deci aceste valori sunt afectate de erorile experimentale prezente, într–o măsură mai mare sau mai mică, în orice proces de măsurare. Dacă scriem pentru datele experimentale formula $y = f(x)$, unde $f(x)$ este polinomul de interpolare ce ia valorile $y_0, y_1...y_n$, în punctele $x_0, x_1, x_2...x_n$, atunci formula obţinută conţine, pe lângă dependenta reală a funcţiei y de argument x, şi erorile experimentale care uneori pot distorsiona sensibil dependenţa $y = f(x)$.

În reprezentarea datelor prin formule nu trebuie deci să urmărim ca funcţia obtinuta să aibă valorile funcţiei experimentale în punctele $x_0, x_1...x_n$, ci trebuie să găsim un *polinom de grad minim posibil sau o altă funcţie* care să conţină un număr minim de parametrii, astfel încât curba obţinută prin calcul să treacă cât mai aproape de toate punctele experimentale.

Efectuând măsurarea mărimii y pentru diferite valori ale mărimii x se obţin perechi de valori experimentale (2).

În procesul de reprezentare a acestor date printr-o formulă de forma:

$$y = f(a,b,c,...x) \tag{4}$$

unde: *a, b, c,…* sunt parametrii numerici, iar funcţia *f* este o funcţie raţională de argumentele indicate, pot fi întâlnite două situaţii diferite:

a) relaţia (4) este o formulă raţională de formă cunoscută;

b) forma raţională (4) nu este cunoscută.

Cazul a) se întâlneşte foarte des în practică. Formele care reprezintă dependenta între mărimi fizice şi care conţin parametrii cu sens fizic bine definit, se numesc, de obicei, formule raţionale.

Dacă forma funcţiei $f(a, b, c,\ldots x)$ este cunoscută, atunci problema reprezentării datelor experimentale printr-o formulă se reduce la stabilirea parametrilor $a, b, c\ldots$

În cazul b) problema este mai complicată deoarece înainte de a încerca să stabilim parametrii (a ,b, c,…) care intră în formula (4) trebuie să stabilim forma funcţiei $f(a, b, c,\ldots x)$.

Dacă formula de forma (4), care descrie ansamblul punctelor experimentale, conţine parametri care nu au sens fizic, ea se numeşte formulă empirică.

De obicei, formulele empirice nu au aceeaşi formă pentru toate valorile argumentului x. Aceste formule se stabilesc pentru diferite domenii restrânse ale argumentului x.

Deci formulele empirice se stabilesc pe baza unor rezultate experimentale şi trebuie să asigure, în limita erorilor experimentale, o concordanţă acceptabilă cu datele obţinute.

Formulele empirice se stabilesc, de obicei prin metoda încercărilor succesive. Un rol important în stabilirea unei forme anume pentru o formulă empirică îl joacă reprezentarea datelor experimentale prin grafice.

Pe baza graficului obţinut, putem trage o serie de concluzii orientative dar deosebit de utile. Astfel ne putem da seama uşor dacă curba experimentală este monotonă sau conţine, maxime, minime, puncte de inflexiune. De asemenea se poate constata dacă un punct experimental oarecare are o poziţie incertă, adică se abate foarte mult de la curba experimentală.

În asemenea cazuri, dacă este posibil se repetă măsurarea pentru punctul respectiv şi eventual punctele vecine. Dacă repetarea măsurării nu este posibilă atunci se înlătură perechea respectivă de date experimentale.

Situaţia cea mai simplă este în cazul când, pe baza datelor experimentale reprezentate grafic, constatăm că mărimea y depinde liniar de mărimea x. În acest caz, formula empirică este de forma:

$$y = a + bx \tag{5}$$

Stabilind forma funcţiei empirice, rămâne să calculăm parametrii a şi b.

Dacă însă dependenţa mărimii y de mărimea x nu este liniară atunci, pentru a ajunge la o formulă empirică adecvată, trebiue să încercăm alegerea unor scări funcţionale, astfel încât dependenţa respectivă să poată fi adusă la forma liniară.

Dacă dispunem de $(n + 1)$ perechi de măsurători şi considerăm că reprezentând grafic datele experimentale, dependenta $y = f(x)$ este liniară înseamnă că putem scrie relaţiile:

$$\begin{aligned} a + bx_0 &= y_0 \\ a + bx_1 &= y_1 \\ &\vdots \\ a + bx_n &= y_n \end{aligned} \tag{6}$$

Avem deci $(n + 1)$ ecuaţii cu două necunoscute. Desigur că, în cazul în care toate punctele experimentale s-ar afla pe dreapta trasată, ar fi suficient să luăm la întâmplare două din ecuaţiile (6) şi să calculăm parametrii a şi b.

Cum însă, de regulă dreapta nu trece prin, ci printre punctele experimentale, problema evaluării parametrilor a şi b nu este chiar atât de simplă, deoarece luând diferite perechi de puncte, obţinem valori diferite pentru parametrii a şi b.

Pentru evaluarea parametrilor a şi b se utilizează următoarele metode mai importante:

– metoda grafică;
– metoda perechiilor de puncte;
– metoda mediei.

Aşa cum am arătat anterior, în timpul determinărilor experimentale, variabila independentă *x* este fără erori, sau cu erori neglijabile, în vreme ce variabila dependentă *y* este supusă fluctuaţiilor de şansă, erorilor de măsurare sau intervenţiei altor factori, greu de controlat.

Rezultă că, spre exemplu, în cazul unei singure variabile independente *x*, variabila dependentă *y* poate fi privită ca o variabilă aleatorie a cărei distribuţie este dependentă de *x*. În cele mai multe situaţii de acest gen, există interesul în a stabili o relaţie între *x* şi *media distribuţiei lui y*, relaţie care se numeşte ***curba de regresie a lui y asupra lui x***.

Dacă regresia lui *y* asupra lui *x* este liniară, media distribuţiei *y* este de forma:

$$\mu_y = \alpha + \beta x \tag{7}$$

O valoare observată *y* va diferi cu ε de medie, astfel că:

$$y = \alpha + \beta x + \varepsilon \tag{8}$$

Este de remarcat că ε este o variabilă aleatorie care dă caracterul aleatoriu a lui *y*.

În urma experimentului rezultă *n* perechi de observaţii (x_i, y_i), pentru care este rezonabil să se presupună că regresia lui *y* asupra lui *x* este liniară. Cele *n* perechi de observaţii pot fi considerate *n* puncte de coordonate (x_i, y_i).

Dacă estimăm ecuaţia dreptei cu:

$$y' = a + bx \tag{9}$$

unde *a* şi *b* sunt constante, atunci e_i, eroarea de estimare a lui *y* pentru un anumit x_i, este:

$$e_i = y_i - y_i' \tag{10}$$

Aşadar e_i nu este altceva decât o estimaţie a variabilei aleatorii ε_i.

Rezolvarea problemei constă în determinarea constantelor *a* şi *b*, care sunt, de fapt, estimaţiile parametrilor α şi β.

Pentru acestea se utilizează ***criteriul celor mai mici pătrate***:

$$\sum_{i=1}^{n} [y_i - (a + bx_i)]^2 = \min \tag{11}$$

care permite determinarea lui *a* şi *b* şi deci trasarea dreptei (9) astfel încât suma pătratelor abaterilor punctelor (x_i, y_i) faţă de dreaptă să fie minimă

Derivând relaţia (11) în raport cu *a* şi *b* şi egalând derivatele parţiale cu zero (condiţia de minim) obţinem sistemul de ecuaţii normale:

$$\begin{gathered} \sum_{i=1}^{n} y_i = an + b\sum_{i=1}^{n} x_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = a\sum_{i=1}^{n} x_i + b\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \end{gathered} \tag{12}$$

a cărei rezolvare în raport cu *a* şi *b* ne dă valorile *a* şi *b* pentru care ecuaţia (9) estimează cel mai bine dreapta reală.

Utilizarea criteriului celor mai mici pătrate este justificată de teorema Gauss – Markov care demonstrează că dintre toate estimaţiile corecte ale lui *α* şi *β*, estimaţiile date de acest criteriu au cea mai mică dispersie, deci sunt estimaţii eficiente.

Cu cât numărul *n* al măsurătorilor individuale este mai mare decât numărul parametrilor din formula empirică cu atât este mai mare probabilitatea ca erorile întâmplătoare ce apar în rezultatele măsurătorilor individuale să se compenseze reciproc şi deci valorile parametrilor *a* şi *b* obţinute prin metoda celor mai mici pătrate, capătă un nivel de încredere mai ridicat.

4. BIBLIOGRAFIE

[1] HEREA-BUZATU ,C. – *Consideratii asupra determinarii experimentale a influentei adancimii in abraziv asupra presiunii presiunii pe suprafata palelor frezelor dragi;or refulante in procesele de lucru, ,* UTCB, SINUC, Bucureşti, 2006.

[2] HEREA-BUZATU,C. - *Unele rezultate experimentale privind influenta unghiului de atac asupra presiunii pe suprafata palelor frezelor dragilor refulante in procesul saparii pamanturilor,* UTCB, SINUC, Bucureşti, 2006.

[3] HEREA-BUZATU, C. – *Dispozitiv şi metoda de determinare experimentală a presiunii şi a uzurii prin eroziune abrazivă la palele frezelor drăgilor refulante,* UTCB, SINUC, Bucureşti, **2006**.

[4**]** HEREA-BUZATU, C. *–Determinarea experimentala a influientei vitezei abrazivului la diverse unghiuri de atac asupra presiunii pe suprafata palelor frezelor dragilor refulante in procesele de sapare***,** UTCB,SINUC,Bucuresti,2007.

[5**]** HEREA-BUZATU, C. *–Rezultate experimentale ale influientei dimensiunii particulelor si a unghiului de atac asupra presiunii pe suprafata palelor frezelor dragilor refulante in procesele de lucru,* UTCB,SINUC,Bucuresti,2007.

[6] HEREA-BUZATU, C. – *Determinarea experimentala a eroziunii palelor frzelor dragilor refulante in cazul nisipului..* UTCB,SINUC,Bucuresti,2008.

[7] HEREA-BUZATU, C. – *Determinarea experimentala a eroziunii palelor frzelor dragilor refulante in cazul pietrisului..* UTCB,SINUC,Bucuresti,2009.

[8] HEREA-BUZATU, C. – *Determinarea experimentala a eroziunii palelor frzelor dragilor refulante in cazul criblurii .* UTCB,SINUC,Bucuresti,2010.

[9] HEREA-BUZATU, C. – *Influenta presiunii,a formei si dimensiunii particulelor abrazive asupra uzurii palelor frezelor dragilor absorbant refulante.* UTCB,SINUC,Bucuresti,2011.

[10] HEREA-BUZATU,C.—*Influenta duratei de exploatare asupra uzurii palelor frezelor dragilor absorbant refulante.* UTCB,SINUC,Bucuresti,2012.

[11]CRETU,T.,FALIE,V.-- *Prelucrarea datelor experimentale in fizica*. ED. DIDACTICA SI PEDAGOGICA,Bucuresti,1987.